BEITRÄGE ZUR KOINZIDENZSPEKTROMETRIE DER POSITRONEN-VERNICHTUNGSSTRAHLUNG

Inaugural-Dissertation
zur
Erlangung der Doktorwürde
des
Fachbereichs Chemie
der Freien Universität Berlin

vorgelegt von
Frank-Erich Schley
aus Krewelin/Templin

Berlin 1977
D 188

BEITRÄGE ZUR KOINZIDENZSPEKTROMETRIE DER POSITRONEN-VERNICHTUNGSSTRAHLUNG

Inaugural-Dissertation
zur
Erlangung der Doktorwürde
des
Fachbereichs Chemie
der Freien Universität Berlin

vorgelegt von
Frank-Erich Schley
aus Krewelin/Templin

Berlin 1977
D 188

UNIV.
LEIDEN
BIBL.

1. Gutachter: Prof. Dr. W. S c h u l z e
2. Gutachter: Prof. Dr. K.-H. L i n d e n b e r g e r
3. Gutachter: Prof. Dr. G. M a r x

Tag der mündlichen Prüfung: 29.8.11
Tag der Promotion:

Diese Arbeit wurde von Mai 1972 bis März 1977 im Institut für anorganische Chemie der Freien Universität Berlin, Abteilung Radiochemie, unter Leitung von Herrn Professor Dr. W. S c h u l z e durchgeführt.

Herrn Professor Dr. W. S c h u l z e möchte ich an dieser Stelle für die Anregung zu dieser Arbeit, für sein stets förderndes Interesse und für seine wertvollen Ratschläge herzlich danken.

Mein Dank gilt auch Herrn Dr. H. B i s s e m, der mir freundlicherweise seine Rechenprogramme AW und AWOUT für diese Arbeit zur Verfügung stellte.

Digitized by the Internet Archive
in 2026

https://archive.org/details/IA41549607_0021

Inhaltsverzeichnis

0	Einleitung und Problemstellung	1
1	Definition der verwendeten Größen	4
1.1	Die absolute Aktivität einer Quelle	4
1.2	Die Quellstärke einer Quelle bezüglich einer registrierbaren Strahlung	4
1.3	Der Geometriefaktor einer Detektoranordnung . . .	8
1.4	Die partiellen Schwächungskoeffizienten und der Gesamtschwächungsfaktor	8
1.5	Die Ansprechwahrscheinlichkeit eines Detektors . . .	13
1.6	Der relative und der absolute Wirkungsgrad einer Detektoranordnung	14
1.7	Der Streufaktor einer Detektoranordnung	15
1.8	Der absolute Wirkungsgrad einer Detektoranordnung für Streustrahlungen	19
2	Der Koinzidenzwirkungsgrad einer Koinzidenzanordnung für zwei koinzidente Strahlungen	20
2.1	Die Koinzidenzquellstärke einer Quelle	20
2.2	Koinzidente Strahlung, die von einem Ort der Quelle emittiert wird	21
2.2.1	Koinzidenzen zwischen zwei Gammastrahlungen ohne Richtungskorrelation	22
2.2.2	Koinzidenzen zwischen zwei Gammastrahlungen mit Richtungskorrelation	24
2.2.3	Der Koinzidenzwirkungsgrad für Vernichtungsstrahlung .	26
2.3	Koinzidente Strahlung, die von zwei verschiedenen Orten der Quelle emittiert wird	30
2.3.1	Koinzidenzen zwischen typischer Gammastrahlung und Vernichtungsstrahlung	31
2.3.2	Koinzidenzen zwischen typischer Gammastrahlung und Streustrahlung	34
2.3.3	Koinzidenzen zwischen zwei Streustrahlungen . . .	37
2.3.4	Koinzidenzen zwischen der Vernichtungsstrahlung und der durch die Vernichtungsstrahlung hervorgerufenen Streustrahlung .	39

2.3.5	Koinzidenzen zwischen zwei durch die Vernichtungsstrahlung hervorgerufenen Streustrahlungen	43
2.4	Numerische Abschätzung des geometrischen Korrekturfaktors .	45
3	Das Impulshöhenspektrum	48
3.1	Der Zusammenhang zwischen der Anzahl der Wechselwirkungen in einem Detektor und der Anzahl der registrierbaren Impulse .	48
3.2	Das experimentelle Impulshöhenspektrum einer monoenergetischen Gammaquelle und das Peak/Total-Verhältnis . . .	49
4	Beschreibung der Experimente zur Bestimmung des absoluten Koinzidenzwirkungsgrades eines 180°-Koinzidenzspektrometers für die β^+-Vernichtungsstrahlung	52
4.1	Das Zerfallsschema des Radionuklids Na-22 und die Koinzidenzquellstärke	52
4.2	Die Koinzidenzanordnung	53
4.2.1	Die Anordnung der Quelle und der Detektoren . . .	53
4.2.2	Die Bestimmung des Abstandes eines Detektors von der Quelle	56
4.2.3	Die Meßelektronik	59
4.3	Übersicht über die durchgeführten Experimente . . .	61
4.3.1	Die aufgenommenen Spektren und die Möglichkeit ihrer Deutung	61
4.3.2	Der Einfluß der in einem Detektor erzeugten Streustrahlung auf die Koinzidenzexperimente	69
4.3.3	Der Einfluß der zufälligen Koinzidenzen auf die Experimente	74
5	Die experimentelle Bestimmung des Peak/Total-Verhältnisses	78
5.1	Theoretische Grundlagen	78
5.1.1	Einige Literaturwerte der Peak/Total-Verhältnisse für die Vernichtungsstrahlung	79
5.2	Die Bestimmung des Peak/Total-Verhältnisses für die Vernichtungsstrahlung durch ein Koinzidenzexperiment . . .	81
5.2.1	Das zu dem Summenpeak im Na-22-Spektrum koinzidente Spektrum	81
5.2.2	Zusammenstellung und Diskussion der experimentell ermittelten Werte	84
5.2.3	Abschätzung des Streufaktors für eine punktförmige Quelle .	89

6 Die experimentelle Bestimmung des Quotienten aus dem Koinzidenzwirkungsgrad und dem Einzelwirkungsgrad einer Detektoranordnung für die Vernichtungsstrahlung 94

6.1 Theoretische Grundlagen 94

6.1.1 Das zu dem Gesamtenergiepeak der Vernichtungsstrahlung koinzidente Spektrum 94

6.1.1.1 Das Spektrum der Vernichtungsstrahlung 95

6.1.1.2 Das Spektrum der typischen Gammastrahlung 102

6.1.1.3 Das Summenkoinzidenzspektrum der typischen Gammastrahlung und der Vernichtungsstrahlung 105

6.1.2 Bestimmung des Quotienten 106

6.2 Zusammenstellung der experimentell ermittelten Werte . . 110

7 Die experimentelle Bestimmung des Wirkungsgrades einer Detektoranordnung für die Vernichtungsstrahlung . . . 116

7.1 Theoretische Grundlagen 116

7.1.1 Das Spektrum einer Na-22-Quelle 117

7.1.1.1 Das Spektrum der Vernichtungsstrahlung 117

7.1.1.2 Das Spektrum der typischen Gammastrahlung 120

7.1.1.3 Das Summenkoinzidenzspektrum der typischen Gammastrahlung und der Vernichtungsstrahlung 122

7.1.2 Bestimmung des absoluten Wirkungsgrades für die Vernichtungsstrahlung 123

7.1.3 Abschätzung des Einflusses der durch die Vernichtungsstrahlung hervorgerufenen Streustrahlung auf den Gesamtenergiepeak der typischen Gammastrahlung 125

7.1.3.1 Das zu dem Gesamtenergiepeak der typischen Gammastrahlung koinzidente Spektrum der Vernichtungsstrahlung . . . 125

7.1.3.2 Das zu dem Gesamtenergiepeak der typischen Gammastrahlung koinzidente Spektrum der durch die Vernichtungsstrahlung erzeugten Streustrahlung 127

7.1.3.3 Bestimmung des Korrekturgliedes k_2/e_2 131

7.2 Zusammenstellung der experimentell ermittelten Werte . . 137

7.2.1 Das Korrekturglied k_2/e_2 137

7.2.2 Die absoluten Wirkungsgrade der Detektoranordnung . . 146

8 Die experimentelle Bestimmung des absoluten Koinzidenzwirkungsgrades einer Koinzidenzanordnung für die Vernichtungsstrahlung 151

9 Diskussion der experimentell ermittelten Werte . . . 154
9.1 Kurze Beschreibung des Monte-Carlo-Programms ECBETA . . 154
9.2 Vergleich der experimentell ermittelten Werte mit den berechneten Werten 158

10 Zusammenfassung 171

Literaturverzeichnis 173

0 Einleitung und Problemstellung

Mit der Problematik der Bestimmung des absoluten Koinzidenzwirkungsgrades eines 180°-Koinzidenzspektrometers für die von einer β^+-Quelle ausgesendete Vernichtungsstrahlung haben sich mehrere Autoren beschäftigt. Es werden sowohl Berechnungen als auch experimentelle Verfahren angegeben.

V e r h e i j k e [1] gibt, ausgehend von der bei H e a t h [2] beschriebenen Gleichung für die Berechnung des Wirkungsgrades eines Detektors für monoenergetische Gammastrahlung, eine Formel für die Berechnung des Koinzidenzwirkungsgrades eines aus zwei identischen Detektoren bestehenden 180°-Koinzidenzspektrometers für eine punktförmige β^+-Quelle an. Die durch numerische Integration dieser Gleichung erhaltenen Koinzidenzwirkungsgrade für verschiedene Detektoren und Quellenabstände werden mit experimentell bestimmten Wirkungsgraden verglichen. Die experimentellen Werte werden mit einer Cu-64-Quelle bekannter Aktivität bestimmt, die Aktivität dieser Quelle wurde mit einem Vielkanal-Impulshöhenanalysator ermittelt. Nach Berichtigung der zufälligen Koinzidenzen und Berücksichtigung eines Faktors für die Absorption der Strahlung durch die zwischen der Quelle und dem Detektor befindlichen Materialien, ergibt sich eine gute Übereinstimmung zwischen den experimentellen und den berechneten Werten. Weiterhin gibt der Autor den Einfluß einer möglichen Exzentrizität der Quelle auf den Koinzidenzwirkungsgrad für große Quellabstände unter Annahme paralleller Strahlung im Detektor an, sowie eine Korrektur, um auch den Koinzidenzwirkungsgrad für flächenförmige Quellen berechnen zu können. Über eine experimentelle Überprüfung dieser Korrekturfaktoren wird nicht berichtet.

In einer weiteren Veröffentlichung [3] vergleicht V e r h e i j k e die experimentellen Koinzidenzwirkungsgrade des in der ersten Veröffentlichung beschriebenen Koinzidenzspektrometers mit den Koinzidenzwirkungsgraden eines Koinzidenzspektrometers, bei dem die beiden Detektoren paralell zueinander angeordnet sind und zeigt, daß die Koinzidenzwirkungsgrade dieser "platzsparenden" Anordnung nur unwesentlich kleiner sind.

Ausgehend von der bei Verheijke beschriebenen Formel berechnen B u r g m e r, G r u h l e und S c h m i d t [4] den absoluten Wirkungsgrad eines Koinzidenzspektrometers für stark exzentrische punktförmige Quellen mit be-

liebigen Quellabständen zu den Detektoren. Diese Rechnungen wurden durchgeführt, um die Koinzidenzwirkungsgrade des Spektrometers für eine zylindrische Gastargetkammer mit einem β^+-aktiven Gas zu bestimmen. Die Orte, an denen die Vernichtungsstrahlung entsteht sind in diesem Fall über die Zylinderoberfläche verteilt. Die Ergebnisse sind in Diagrammen zusammengestellt, in denen die Orte gleichen Koinzidenzansprechvermögens zwischen zwei Detektoren dargestellt sind. Die für die Gastargetkammer berechneten Koinzidenzwirkungsgrade werden experimentell durch das Einbringen eines Na-22-Eichpräparates in das Zentrum der Gastargetkammer überprüft und eine gute Übereinstimmung mit den berechneten Werten festgestellt.

M a k a j i m a [5] bestimmte experimentell den von Verheijke berechneten Korrekturfaktor, der den Zusammenhang zwischen dem absoluten Koinzidenzwirkungsgrad eines Spektrometers für eine punktförmige und eine flächenförmige Quelle angibt. Die Methode beruht darauf, daß eine Na-22-Quelle bekannter Aktivität und Geometrie mit einem 180°-Koinzidenzspektrometer unter Verwendung unterschiedlicher Absorber gemessen wird. Der Vergleich der Koinzidenzraten und der einfachen Zählraten der beiden Detektoren ermöglicht dann die Berechnung des Korrekturfaktors. Zur Überprüfung des so bestimmten Korrekturfaktors wird die Aktivität einer flächenförmigen Cu-64-Quelle, die in ihren Abmessungen denen der Na-22-Quelle entpricht, einmal mit dem Koinzidenzspektrometer und zum anderen nach der von B r i n k m a n et al. [6] beschriebenen Summenkoinzidenzmethode in einem Bohrlochkristall bestimmt. Als Vergleichsstandard wurde eine annähernd punktförmige Cu-64-Quelle zur Eichung des Koinzidenzspektrometers herangezogen; die Aktivität dieser Quelle wurde ebenfalls nach der Summenkoinzidenzmethode in einem Bohrlochkristall bestimmt. Die Übereinstimmung der nach den unterschiedlichen Methoden bestimmten Werte der Aktivität ist gut.

B i s s e m [7] beschreibt ein Monte-Carlo-Programm zur Berechnung des absoluten Koinzidenzwirkungsgrades eines 180°-Koinzidenzspektrometers für die Vernichtungsstrahlung für punktförmige, flächenförmige und zylindrische Quellen.

Die experimentellen Verfahren zur Eichung eines Koinzidenzspektrometers beruhen sämtlich auf dem Prinzip, daß die Koinzidenzzählrate einer Cu-64-Quelle bekannter Aktivität und Geometrie bestimmt wird. Die Bestimmung der Akti-

vität der Cu-64-Quelle kann hierbei nach verschiedenen Methoden erfolgen. Das bedeutet, daß der Fehler der Eichung des Koinzidenzspektrometers nicht nur von dem statistischen Fehler der Zählratenbestimmung, sondern auch von dem Fehler der Aktivitätsbestimmung abhängt. Berücksichtigt man weiter, daß die Halbwertszeit des Cu-64 relativ klein ist; sie beträgt 12.8 (1 ± 0.01)h und man daher bei längeren Messungen die Abnahme der Aktivität der Cu-64-Quelle in Rechnung stellen muß, so geht bei der Bestimmung des Koinzidenzwirkungsgrades zusätzlich noch der Fehler der Halbwertszeit ein.

In der vorliegenden Arbeit soll nun gezeigt werden, daß es möglich ist, den absoluten Koinzidenzwirkungsgrad eines Koinzidenzspektrometers für die Vernichtungsstrahlung mit Hilfe einer Na-22-Quelle, deren Aktivität nicht genau bekannt sein muß, zu bestimmen.

In den Kapiteln 1 und 2 werden die Formeln für den absoluten Wirkungsgrad eines Detektors für monoenergetische Gammastrahlung und die durch diese Gammastrahlung hervorgerufene Streustrahlung, sowie die absoluten Koinzidenzwirkungsgrade für einige koinzidente Gammastrahlungen abgeleitet. Im Kapitel 4 wird das verwendete Koinzidenzspektrometer beschrieben und ein Überblick über die durchgeführten Experimente und ihre Auswertung gegeben. In den Kapiteln 5, 6, 7 und 8 werden die zur Auswertung der Experimente nötigen Formeln abgeleitet und die experimentell ermittelten Werte zusammengestellt. Im Kapitel 9 werden die experimentell ermittelten Werte mit denjenigen Werten verglichen, die man durch Monte-Carlo-Rechnungen für das Koinzidenzspektrometer erhält.

1 Definition der verwendeten Größen

1.1 Die absolute Aktivität einer Quelle

Als absolute Aktivität A einer Quelle soll die Anzahl der in der Zeiteinheit stattfindenden Kernumwandlungen bezeichnet werden. Die Kernumwandlungen müssen hierbei nicht notwendigerweise von einer registrierbaren Strahlung begleitet werden. Das bedeutet insbesondere, daß die Aktivität einer Quelle nicht von dem jeweils verwendeten Detektorsystem abhängt.

Befinden sich mehrere Radionuklide n in einer Quelle, so setzt sich die Aktivität der Quelle additiv aus den Einzelaktivitäten A_n der einzelnen Radionuklide zusammen:

$$A = \sum_n A_n \qquad (1.1.1)$$

1.2 Die Quellstärke einer Quelle bezüglich einer registrierbaren Strahlung

Kernumwandlungen werden in der Regel von verschiedenen registrierbaren Strahlungsarten (α, β^-, β^+, γ, etc.) begleitet, die man nach ihrer Art und ihrer Energie unterscheiden kann. Bezeichnet man im Folgenden als S t r a h l u n g die durch einen bestimmten Übergang im Zerfallsschema des Radionuklides gekennzeichnete Emission, so wird diese Strahlung nicht bei jedem Kernzerfall auftreten. Die Wahrscheinlichkeit dafür, daß eine so definierte Strahlung j bei einem Kernzerfall des Radionuklids n auftritt, bezeichnet man als Übergangs- bzw. Auftrittswahrscheinlichkeit ν_j. Die Quellstärke Q_j der Quelle bezüglich der Strahlung j beschreibt dann die Anzahl der in der Zeiteinheit von der Quelle erzeugten Strahlungsquanten.

$$Q_j = \nu_j A_n \qquad (1.2.1)$$

Befindet sich nur ein Radionuklid in der Quelle, so gilt für die Quellstärke:

$$Q_j = \nu_j A \qquad (1.2.2)$$

Die Quellstärke ist also eine Funktion der jeweils betrachteten Strahlung und der Aktivität des diese Strahlung emittierenden Radionuklids.

Für die in den folgenden Kapiteln anzustellenden Überlegungen ist es sinnvoll, diejenige Strahlungsmenge $q(\mathfrak{r}_0, \mathfrak{s})$ anzugeben, die von einem durch den Ortsvektor $\mathfrak{r}_0$ bezeichneten Ort der Quelle mit einer durch den Richtungsvektor $\mathfrak{s}$ angegebenen Ausbreitungsrichtung ausgesendet wird, da sich nur für punktförmige Quellgebiete eindeutige geometrische Beziehungen angeben lassen.

Bezieht man die Quellstärke Q einer Quelle auf das Quellvolumen V, so erhält man die mittlere Quelldichte $\bar{D}$, der Grenzübergang ergibt die Quelldichte $D(\mathfrak{r}_0)$ an einem Ort $\mathfrak{r}_0$ der Quelle.

$$\left.\frac{dQ}{dV}\right|_{\mathfrak{r}_0} = D(\mathfrak{r}_0) \qquad (1.2.3)$$

Die so definierte Funktion D beschreibt eine skalare Feldfunktion in dem Volumen V der Quelle, außerhalb des Quellvolumens nimmt D den Wert 0 an. Man bezeichnet D als das Quellenfeld.

Die Quellstärke $q(\mathfrak{r}_0)$ eines punktförmigen Raumgebietes der Quelle am Ort $\mathfrak{r}_0$ ergibt sich nach (1.2.3) zu:

$$q(\mathfrak{r}_0) \equiv dQ = D(\mathfrak{r}_0)\, dV \qquad (1.2.4)$$

Durch das Quellenfeld D wird ein vektorielles Strahlungsfeld $\mathcal{F}$ erzeugt, das im Gegensatz zu D auch außerhalb des Quellvolumens V endliche Werte annimmt.

Die Quellstärke Q einer Quelle, aber auch die Quellstärke ΔQ eines Teilgebietes der Quelle, läßt sich auch durch die Anzahl der pro Zeiteinheit durch die, das jeweils betrachtete Quellgebiet einschließende Oberfläche O austretende Strahlungsmenge angeben, d.h. als die Änderung des Strahlungsflusses in einem Raumgebiet.

$$\Delta Q = \int_{\Delta V} \langle \mathcal{F}\, d\sigma \rangle \qquad (1.2.5)$$

$d\sigma$ ist der nach außen gerichtete Flächenvektor eines infinitissimalen Oberflächenelementes der, das Quellvolumen ΔV einschließenden Oberfläche, $\langle \mathcal{F}\, d\sigma \rangle$ bezeichnet man als den Strahlungsfluß durch $d\sigma$.

Der Zusammenhang zwischen dem vektoriellen Strahlungsfeld $\mathcal{F}$ und dem zugehörigen Quellenfeld D ergibt sich unmittelbar durch den folgenden Grenzübergang:

$$D = \lim_{\Delta V \to 0} \frac{\Delta Q}{\Delta V} = \lim_{\Delta V \to 0} \frac{1}{\Delta V} \int_{\Delta V} \langle \mathcal{F}\, d\sigma \rangle = \operatorname{div} \mathcal{F} \qquad (1.2.6)$$

Ersetzt man in dem Ausdruck für den Strahlungsfluß durch das infinitissimale Oberflächenelement $d\sigma$ den Vektor $d\sigma$ durch seine duale Ergänzung $\mathcal{n}\,do$, so ergibt sich:

$$\langle \mathcal{F}\, d\sigma \rangle = \langle \mathcal{F} \mathcal{n} \rangle\, do = F\, do \qquad (1.2.7)$$

F gibt hierbei die zu der Oberflächennormale $\mathcal{n}$ paralelle Komponente von $\mathcal{F}$ an, man bezeichnet F als die Dichte des Strahlungsflusses durch das Oberflächenelement $d\sigma$. Die Flußdichte durch ein Oberflächenelement an einem festen Ort $\mathcal{r}$ ist dann maximal, wenn die Flächennormale $\mathcal{n}$ paralell zu $\mathcal{F}$ ist, in diesem Fall beträgt die Flußdichte $|\mathcal{F}|$.

Alle Punkte $\mathcal{r}$, an denen $|\mathcal{F}|$ einen beliebigen, aber festen Wert c annimmt, erfüllen eine geschlossene Fläche.

$$|\mathcal{F}(\mathcal{r})| = c \qquad (1.2.8)$$

Die sich für verschiedene c ergebende Flächenschar bezeichnet man als die Niveauflächen von $|\mathcal{F}|$.

Betrachtet man nun ein punktförmiges Raumgebiet der Quelle am Ort $\mathcal{r}_0$ mit der Quellstärke $q(\mathcal{r}_0)$ als isoliert, d.h. als punktförmige Quelle in einem ansonsten quellenfreien Raum, so entsprechen die Niveauflächen von $|\mathcal{F}|$, wegen der isotropen Aussendung der Strahlung in den Raum, Kugeloberflächen mit dem Quellpunkt $\mathcal{r}_0$ als Mittelpunkt. Der Strahlungsfluß einer Quelle durch alle sie einschließenden Oberflächen, also auch der Strahlungsfluß einer punktförmigen Quelle durch eine Kugeloberfläche mit dem Radius r_k, entspricht der Quellstärke.

$$q(\mathcal{r}_0) = \int \langle \mathcal{F}\, d\sigma \rangle = \int |\mathcal{F}|\, do = 4\pi r_k^2 |\mathcal{F}| \qquad (1.2.9)$$

Aus dieser Gleichung ergibt sich der Strahlungsfluß durch ein infinitissimales Oberflächenelement der Kugeloberfläche im Abstand r_k von der punkt-

förmigen Quelle zu:

$$q(\mathcal{K}_o, \mathcal{M}) \equiv dq(\mathcal{K}_o) = \langle \mathcal{F}\, d\sigma \rangle = |\mathcal{F}|\, do = \frac{q(\mathcal{K}_o)}{4\pi r_k^2}\, do \qquad (1.2.10)$$

Der Ausdruck do/r_k^2 beschreibt das entsprechende Oberflächenelement auf der Einheitskugel, d.h. das Element des räumlichen Winkels $d\Omega$.

Faßt man die Gleichungen (1.2.4) und (1.2.10) zusammen, so ergibt sich für die gesuchte Strahlungsmenge $q(\mathcal{K}_o, \mathcal{M})$, die von einem Ort $\mathcal{K}_o$ einer Quelle mit der Ausbreitungsrichtung $\mathcal{M}$ ausgesendet wird zu:

$$q(\mathcal{K}_o, \mathcal{M}) \equiv d^2Q = \frac{D(\mathcal{K}_o)}{4\pi}\, dV\, d\Omega \qquad (1.2.11)$$

$q(\mathcal{K}_o, \mathcal{M})$ bezeichnet man auch als den Strahlungsfluß in den Raumwinkel $d\Omega$, er ist bei ungestörter Ausbreitung der Strahlung für alle Richtungen gleich. Es soll nocheinmal darauf hingewiesen werden, daß die Ausbreitungsrichtung $\mathcal{M}$ paralell zu dem vektoriellen Strahlungsfluß $\mathcal{F}$ und paralell zu der Flächennormalen des infinitissimalen Oberflächenelementes $d\sigma$ ist.

Bezeichnet man mit $\mathcal{K}$ einen beliebigen Ort außerhalb der Quelle, so gilt für die von der Quelle durch die Oberfläche $r^2 d\Omega$ emittierte Strahlungsmenge $q(\mathcal{K}_o, \mathcal{K})$ nach (1.2.10):

$$q(\mathcal{K}_o, \mathcal{K}) = \frac{D(\mathcal{K}_o)}{4\pi}\, dV\, d\Omega \qquad (1.2.12)$$
$$\text{mit } \mathcal{K} = \mathcal{K}_o + r\mathcal{M}$$

$q(\mathcal{K}_o, \mathcal{K})$ ist eine skalare Feldfunktion, die für alle Werte von $\mathcal{K}$ den gleichen Wert besitzt, d.h. es gilt:

$$\langle \operatorname{grad} q(\mathcal{K}_o, \mathcal{K})\, d\mathcal{K} \rangle = 0 \qquad (1.2.13)$$

Das bedeutet, die von einer punktförmigen Quelle in den Raumwinkel $d\Omega$ emittierte Strahlungsmenge ist bei ungestörter Ausbreitung der Strahlung an allen Orten längs der Ausbreitungsrichtung gleich groß.

1.3 Der Geometriefaktor einer Detektoranordnung

Ein Detektor, der mit seinem empfindlichen Volumen nur einen Teil des Raumwinkels $\Omega = 4\pi$ bezogen auf die Quelle überdeckt, kann nur mit solcher Strahlung in Wechselwirkung treten, die so ausgesendet wird, daß der Detektor direkt getroffen wird. "Direkt" bedeutet hierbei, daß die Strahlung auf dem Weg zu dem Detektor keine Wechselwirkung hat, insbesondere daß keine Streuung auftritt. Der Geometriefaktor f_g beschreibt nun die geometrische Wahrscheinlichkeit dafür, daß die von der Quelle emittierten Quanten den Detektor direkt treffen.

Bezeichnet man mit $\Omega_g(\mathcal{M}_o)$ denjenigen Raumwinkel, in den die Strahlung vom Ort $\mathcal{M}_o$ der Quelle emittiert werden muß, um den Detektor direkt zu treffen, so gilt für die Anzahl Q_g aller Quanten, die den Detektor geometrisch treffen:

$$Q_g = \int_V \frac{D(\mathcal{M}_o)}{4\pi} \int_{\Omega_g(\mathcal{M}_o)} d\Omega \; dV \qquad (1.3.1)$$

und für den Geometriefaktor f_g gilt dann:

$$f_g = \frac{Q_g}{Q} \qquad (1.3.2)$$

Der Geometriefaktor f_g ist eine Funktion der Abmessungen der Quelle, der Abmessungen des Detektors und der Anordnung von Quelle und Detektor zueinander.

1.4 Die partiellen Schwächungsfaktoren und der Gesamtschwächungsfaktor

Die bisher abgeleiteten Beziehungen gelten für die ungestörte Ausbreitung der am Ort $\mathcal{M}_o$ entstandenen Strahlung in den Raum, der bislang als materiefrei angenommen wurde. Geht man von dieser idealisierenden Vorstellung ab, so muß man die Wechselwirkungen der Strahlungsquanten mit der Materie berücksichtigen.

Beim Durchgang der Strahlung durch Materie werden Strahlungsquanten teils absorbiert und teils gestreut. Die durch die Streuung entstehende Streustrahlung erfüllt nicht mehr die Definition des im Kapitel 1.2 eingeführ-

ten Begriffes S t r a h l u n g, da die Streustrahlung nicht ausschließlich durch einen Übergang im Zerfallsschema des Radionuklids beschrieben werden kann. Das bedeutet aber auch, daß die entstehende Streustrahlung nicht der betrachteten Strahlung zugerechnet werden kann. Daher führen beide Effekte zu einer Abnahme des betrachteten Strahlungsflusses längs der Ausbreitungsrichtung. Die Gleichung (1.2.13) gilt in diesem Fall nicht. Es existiert vielmehr ein, der Ausbreitungsrichtung $\vec{m}$ entgegengesetzter Gradient.

$$\text{grad } q(\vec{r}_0, \vec{r}) = -\mu(\vec{r})\, q(\vec{r}_0, \vec{r})\, \vec{m} \qquad (1.4.1)$$

Die skalare Feldfunktion $\mu(\vec{r})$ beschreibt den linearen Gesamtwechselwirkungsquerschnitt der Materie am Ort $\vec{r}$.

Die infinitissimale Änderung des Strahlungsflusses am Ort $\vec{r}$ beträgt dann:

$$dq(\vec{r}_0, \vec{r}) = \langle \text{grad } q(\vec{r}_0, \vec{r})\, d\vec{r} \rangle = -\mu(\vec{r})\, q(\vec{r}_0, \vec{r})\, ds \qquad (1.4.2)$$
$$\text{mit } \vec{r} = \vec{r}_0 + s\vec{m}$$

und es gilt weiterhin:

$$d \ln(q(\vec{r}_0, \vec{r})) = -\mu(\vec{r})\, ds \qquad (1.4.3)$$

Eine Quelle ist in der Regel von unterschiedlichen absorbierenden Materialien umgeben. Als ein Absorber soll im Weiteren derjenige zusammenhängende räumliche Bereich bezeichnet werden, in dem sich der lineare Gesamtwechselwirkungsquerschnitt $\mu(\vec{r})$ nicht ändert; das ist im allgemeinen ein Bereich gleicher Materie. Numeriert man die so definierten Absorber von $\vec{r}_0$ ausgehend durch und bezeichnet weiterhin diejenigen Orte, an den die Strahlung mit der Ausbreitungsrichtung $\vec{m}$ von dem Absorber i in den Absorber i+1 übergeht mit $\vec{r}_i$, so gilt für die maximal in einem Absorber zurückzulegende Strecke $S_i(\vec{r}_0, \vec{m})$:

$$S_i(\vec{r}_0, \vec{m}) = \left| \vec{r}_i - \vec{r}_{i-1} \right| \quad \text{mit } i \geq 1 \qquad (1.4.4)$$

Die Strecke s, die die Strahlung am Ort $\vec{r}$ insgesamt zurückgelegt hat, beträgt dann:

$$s = \left| \vec{r} - \vec{r}_0 \right| = s_i(\vec{r}_0, \vec{n}) + \sum_{k=0}^{i-1} S_k(\vec{r}_0, \vec{n}) \qquad (1.4.5)$$

Hierbei bezeichnet der Ortsvektor $\vec{r}$ einen Ort im i. Absorber. $S_0(\vec{r}_0, \vec{n})=0$ ist die von der Strahlung am Entstehungsort zurückgelegte Wegstrecke, $s_i(\vec{r}_0, \vec{n})$ die im i. Absorber zurückgelegte Strecke. Wird einer der Absorber nicht von der Strahlung mit der Ausbreitungsrichtung $\vec{n}$ getroffen, so wird die in dem Absorber maximal zurückzulegende Strecke ebenfalls gleich Null gesetzt. Die Abbildung 1 soll diese geometrischen Beziehungen veranschaulichen. Weiterhin führt man μ_i als den für den i. Absorber geltenden Gesamtwechselwirkungsquerschnitt ein.

$$\mu(\vec{r}) = \mu_i \quad \text{für} \quad 0 \leq s_i(\vec{r}_0, \vec{n}) \leq S_i(\vec{r}_0, \vec{n}) \qquad (1.4.6)$$

Den Strahlungsfluß in $d\Omega$ am Ort $\vec{r}$ erhält man dann durch Integration der Gleichung (1.4.3) über die insgesamt zurückgelegte Wegstrecke s. Der Strahlungsfluß am Ort $\vec{r}_0$ beträgt hierbei nach Gleichung (1.2.11) $q(\vec{r}_0, \vec{n})$.

$$\ln \frac{q(\vec{r}_0, \vec{r})}{q(\vec{r}_0, \vec{n})} = \int_0^s -\mu(\vec{r})\, ds = \int_0^{s_i(\vec{r}_0, \vec{n})} -\mu_i\, ds + \sum_{k=0}^{i-1} \int_0^{S_k(\vec{r}_0, \vec{n})} -\mu_k\, ds =$$

$$= -\mu_i\, s_i(\vec{r}_0, \vec{n}) + \sum_{k=0}^{i-1} -\mu_k\, S_k(\vec{r}_0, \vec{n}) \qquad (1.4.7)$$

Durch Entlogarithmieren und Umformen erhält man:

$$q(\vec{r}_0, \vec{r}) = q(\vec{r}_0, \vec{n}) \exp(-\mu_i\, s_i(\vec{r}_0, \vec{n})) \prod_{k=0}^{i-1} \exp(-\mu_k\, S_k(\vec{r}_0, \vec{n})) =$$

$$= q(\vec{r}_0, \vec{r}_{i-1}) \exp(-\mu_i\, s_i(\vec{r}_0, \vec{n})) \qquad (1.4.8)$$

Für $\vec{r} = \vec{r}_i$ gilt wegen $s_i(\vec{r}_0, \vec{n}) = S_i(\vec{r}_0, \vec{n})$:

$$q(\vec{r}_0, \vec{r}_i) = q(\vec{r}_0, \vec{n}) \prod_{k=0}^{i} \exp(-\mu_k\, S_k(\vec{r}_0, \vec{n})) \qquad (1.4.9)$$

Die Gleichung (1.4.9) zeigt, daß der Strahlungsfluß $q(\vec{r}_0, \vec{r})$ im allgemeinen nicht mehr eine kugelsymmetrische Funktion sein wird; die Kugelsymmetrie gilt nur dann, wenn auch die Absorber kugelsymmetrisch um den Entstehungsort einer punktförmigen Quelle angeordnet sind.

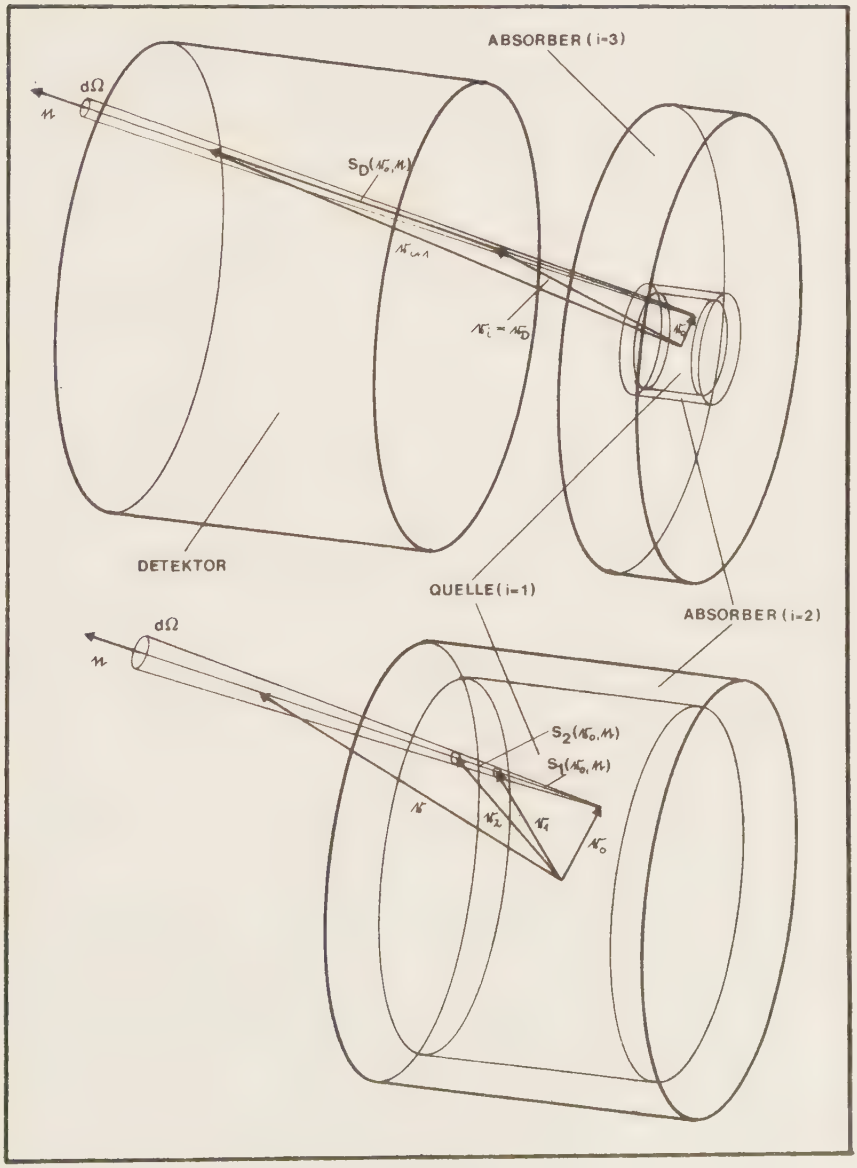


Abbildung 1 Darstellung der maximal in den Absorbern zurückzulegenden Wegstrecken $S_i(\vec{n}_o, \vec{n})$

Befinden sich insgesamt i Absorber zwischen dem Entstehungsort der Strahlung und dem Detektor, so gibt der Ortsvektor $\vec{r}_i = \vec{r}_D$ den Ort an, an dem die Strahlung mit der Ausbreitungsrichtung $\vec{s}$ in das empfindliche Volumen des Detektors eintritt. Die Schwächung des Strahlungsflusses in $d\Omega$ ist dann durch den folgenden Ausdruck gegeben.

$$f_a(\vec{r}_o, \vec{s}) = \prod_{k=0}^{i} \exp(-\mu_k S_k(\vec{r}_o, \vec{s})) = \prod_{k=0}^{i} f_{ak}(\vec{r}_o, \vec{s}) \qquad (1.4.10)$$

Hierbei bezeichnet $f_a(\vec{r}_o, \vec{s})$ den infinitissimalen Gesamtschwächungsfaktor und $f_{ak}(\vec{r}_o, \vec{s})$ den infinitissimalen partiellen Schwächungsfaktor des k. Absorbers.

Den gesamten Strahlungsfluß durch die der Quelle zugewandte Detektoroberfläche erhält man durch die Integration über alle Richtungen aus $\Omega_g(\vec{r}_o)$ und alle Entstehungsorte in V.

$$Q_D = \int_V \frac{D(\vec{r}_o)}{4\pi} \int_{\Omega_g(\vec{r}_o)} f_a(\vec{r}_o, \vec{s})\, d\Omega\, dV \qquad (1.4.11)$$

Bildet man nun den Quotienten aus der Anzahl Q_D aller Quanten, die den Detektor nach Durchlaufen von i Absorbern erreichen und der Anzahl Q_G aller Quanten, die den Detektor geometrisch träfen, so erhält man den Gesamtschwächungsfaktor f_a der Detektoranordnung.

$$f_a = \frac{Q_D}{Q_G} \qquad (1.4.12)$$

Wie man aus Gleichung (1.4.10) ersehen kann, hängt der Gesamtschwächungsfaktor einer Detektoranordnung nicht von der Reihenfolge der einzelnen Absorber, sondern nur von den insgesamt in den Absorbern zurückzulegenden Strecken ab. Will man die Schwächung des Strahlungsflusses durch einen einzelnen Absorber i der Anordnung beschreiben, so muß man den partiellen Schwächungsfaktor f_{ai} des i. Absorbers angeben.

$$f_{ai} = \frac{\int_V \frac{D(\vec{r}_o)}{4\pi} \int_{\Omega_g(\vec{r}_o)} \prod_{k=0}^{i} f_{ak}(\vec{r}_o, \vec{s})\, d\Omega\, dV}{\int_V \frac{D(\vec{r}_o)}{4\pi} \int_{\Omega_g(\vec{r}_o)} \prod_{k=0}^{i-1} f_{ak}(\vec{r}_o, \vec{s})\, d\Omega\, dV} \qquad (1.4.13)$$

Die partiellen Schwächungsfaktoren sind eine Funktion der jeweiligen Position des Absorbers. Nur bei kugelsymmetrischer Ausbreitung der Strahlung sind die partiellen Schwächungsfaktoren für alle Positionen gleich. Unabhängig von dieser Einschränkung gilt für den Gesamtschwächungsfaktor:

$$f_a = \prod_{k=0}^{i} f_{ak} \qquad (1.4.14)$$

f_{a1} wird oft als Selbstschwächungsfaktor f_q einer Quelle bezeichnet, da die Strahlung in der Regel zunächst eine endliche Strecke in der Quelle zu durchlaufen hat.

1.5 Die Ansprechwahrscheinlichkeit eines Detektors

Der Strahlungsfluß in $d\Omega$ am Ort $\vec{r}_i = \vec{r}_D$, d.h. beim Eintritt in das empfindliche Volumen des Detektors ist durch die Gleichung (1.4.9) gegeben, wenn i die Anzahl der von der Strahlung zu durchlaufenden Absorber angibt. Faßt man den Detektor nun als einen weiteren Absorber i+1 mit dem linearen Gesamtwechselwirkungsquerschnitt μ_D auf, so gilt für die Änderung des Strahlungsflusses an einem beliebigen Ort $\vec{r}$ auf dem Ausbreitungsvektor $\vec{r} = \vec{r}_o + s\vec{e}$ im Detektor nach Gleichung (1.4.2) und (1.4.5):

$$dq(\vec{r}_o,\vec{r}) = -\mu_D\, q(\vec{r}_o,\vec{r})\, ds = -dq_w(\vec{r}_o,\vec{r}) \qquad (1.5.1)$$

$dq_w(\vec{r}_o,\vec{r})$ entspricht der differentiellen Zunahme derjenigen Quanten, die eine Wechselwirkung mit der Materie längs der Ausbreitungsrichtung haben. Setzt man in diese Gleichung den Strahlungsfluß am Ort $\vec{r}$ ein, so erhält man:

$$dq_w(\vec{r}_o,\vec{r}) = \mu_D\, q(\vec{r}_o,\vec{r}_D)\, \exp(-\mu_D\, s_D(\vec{r}_o,\vec{e})) \qquad (1.5.2)$$

Integriert man diese Gleichung über die gesamte im Detektor zurückzulegende Strecke $S_D(\vec{r}_o,\vec{e})$, so erhält man die Anzahl der Wechselwirkungen der in $d\Omega$ emittierten Strahlungsquanten mit dem Detektor.

$$q_w(\vec{r}_o,\vec{e}) = \mu_D \int_0^{S_D(\vec{r}_o,\vec{e})} \exp(-\mu_D\, s)\, ds = \qquad (1.5.3)$$

$$= q(\vec{r}_o,\vec{r}_D)\,(1 - \exp(-\mu_D\, S_D(\vec{r}_o,\vec{e}))) =$$

$$q_w(\vec{r}_0, \vec{n}) = q(\vec{r}_0, \vec{n})\, f_a(\vec{r}_0, \vec{n})\, f_e(\vec{r}_0, \vec{n}) \qquad (1.5.3)$$

$f_e(\vec{r}_0, \vec{n})$ beschreibt die infinitissimale Ansprechwahrscheinlichkeit des Detektors.

Die Anzahl Q_w aller Wechselwirkungen mit dem Detektor erhält man wieder durch Integration der Gleichung (1.5.3) über alle Richtungen aus $\Omega_g(\vec{r}_0)$ und das Volumen V der Quelle.

$$Q_w = \int_V \frac{D(\vec{r}_0)}{4\pi} \int_{\Omega_g(\vec{r}_0)} f_a(\vec{r}_0, \vec{n})\, f_e(\vec{r}_0, \vec{n})\, d\Omega\, dV \qquad (1.5.4)$$

Der Quotient aus der Anzahl Q_w aller Wechselwirkungen mit dem Detektor und der Anzahl Q_D der durch die Oberfläche des Detektors eintretenden Quanten bezeichnet man als die Ansprechwahrscheinlichkeit f_e eines Detektors.

$$f_e = \frac{Q_w}{Q_D} \qquad (1.5.5)$$

Die Gleichung (1.5.4) zeigt, daß die Ansprechwahrscheinlichkeit eines Detektors von dem Strahlungsfluß beim Eintritt in den Detektor und somit von der Art und der Anzahl der Absorber zwischen der Quelle und dem Detektor abhängt. Das bedeutet, daß die Ansprechwahrscheinlichkeit keine detektorspezifische Größe ist, sondern die gesamte Detektoranordnung beschreibt.

1.6 Der relative und der absolute Wirkungsgrad einer Detektoranordnung

Faßt man das Produkt aus dem infinitissimalen Gesamtschwächungsfaktor $f_a(\vec{r}_0, \vec{n})$ und der infinitissimalen Ansprechwahrscheinlichkeit $f_e(\vec{r}_0, \vec{n})$ zu einem Ausdruck zusammen, so beschreibt dieser Term die Wahrscheinlichkeit für eine Wechselwirkung im Raumwinkel $d\Omega$ bezogen auf den Strahlungsfluß $q(\vec{r}_0, \vec{n})$ in diesen Raumwinkel. Dieser Term soll im Weiteren als der infinitissimale relative Wirkungsgrad $e_r(\vec{r}_0, \vec{n})$ bezeichnet werden.

$$e_r(\vec{r}_0, \vec{n}) = f_a(\vec{r}_0, \vec{n})\, f_e(\vec{r}_0, \vec{n}) \qquad (1.6.1)$$

Den [illegible] relativen Wirkungsgrad e_r einer Detektoranordnung erhält man dann als [illegible] der Anzahl Q_w der insgesamt im Detektor eintretenden

denden Wechselwirkungen und dem geometrischen Strahlungsfluß Q_g durch die Detektoroberfläche. Unter Verwendung der Beziehungen (1.4.12), (1.4.14) und (1.5.5) ergibt sich:

$$e_r = \frac{Q_w}{Q_g} = \frac{Q_w}{Q_D}\frac{Q_D}{Q_g} = f_e f_a = f_e \prod_i f_{ai} \qquad (1.6.2)$$

Gibt man die Wahrscheinlichkeit für den Nachweis der Strahlung durch den Detektor bezüglich des gesamten ungestörten Strahlungsflusses in den Raum an, d.h. bezüglich der Quellstärke Q, so erhält man den absoluten Wirkungsgrad e einer Detektoranordnung. Unter Verwendung der Gleichung (1.3.2) ergibt sich:

$$e = \frac{Q_w}{Q} = \frac{Q_w}{Q_g}\frac{Q_g}{Q} = e_r f_g = f_e f_a f_g = f_e f_g \prod_i f_{ai} \qquad (1.6.3)$$

1.7 Der Streufaktor einer Detektoranordnung

Die durch die Wechselwirkungen mit der Materie bedingte Schwächung des Strahlungsflusses wurde bisher durch den Gesamtschwächungsquerschnitt μ beschrieben, ohne näher darauf einzugehen, welcher Art diese Wechselwirkungen sind. Da diese Wechselwirkungen von der Natur der Strahlung abhängen, sollen die weiteren Beziehungen speziell für Gammastrahlungen abgeleitet werden; für andere Strahlungsarten lassen sich ähnliche Gesetzmäßigkeiten angeben.

Die Wechselwirkungen von Gammastrahlungen mit Materie können in erster Linie durch drei unterschiedliche Effekte beschrieben werden: den Photoeffekt, die Comptonstreuung und den Paarbildungseffekt.

Bei einem Photoeffekt wird die gesamte Energie eines Gammaquants auf ein Hüllenelektron eines Absorberatoms übertragen, d.h. das Gammaquant wird vollständig absorbiert. Den linearen Absorptionsquerschnitt für den Photoeffekt bezeichnet man mit ρ.

Die als Comptoneffekt bezeichnete Streuung eines Gammaquants an einem Hüllenelektron führt nicht zu einer vollständigen Absorption des einfallenden Gammaquants. Durch einen inelastischen Stoß wird nur ein Teil der Gamma-

energie auf das Hüllenelektron übertragen und nach dem Stoß verbleibt ein Gammaquant geringerer Energie und veränderter Ausbreitungsrichtung, sowie ein freies Elektron. Die Verteilung der Gammaenergie des Primärquants auf das Streuquant und das Elektron ist eine nichtlineare Funktion des Streuwinkels. Der Streuquerschnitt wird mit σ bezeichnet.

Ist die Energie des einfallenden Gammaquants größer als $2m_oc^2$, so kann in dem Feld des Absorberkerns oder eines Hüllenelektrons ein Elektron-Positron-Paar gebildet werden; diesen Effekt bezeichnet man als Paarbildung. Nach Absorption der kinetischen Energie des Positrons entstehen durch die Vernichtung mit einem Elektron zwei Gammaquanten der Energie m_oc^2 mit einer Richtungskorrelation von 180°. Den Wechselwirkungsquerschnitt für die Paarbildung bezeichnet man mit τ .

Der Gesamtwechselwirkungsquerschnitt μ des Absorbermaterials setzt sich additiv aus den Wirkungsquerschnitten der einzelnen Effekte zusammen.

$$\mu = \rho + \sigma + \tau \qquad (1.7.1)$$

Die differentielle Änderung $dq_w(\vec{r}_o, \vec{r})$ der Anzahl derjenigen Gammaquanten, die längs des Ausbreitungsvektors $\vec{r} = \vec{r}_o + s\vec{e}$ am Ort $\vec{r}$ mit der Materie eine Wechselwirkung haben, ist durch die Gleichung (1.5.2) gegeben. Durch Einsetzen von (1.7.1) erhält man:

$$dq_w(\vec{r}_o, \vec{r}) = (\rho(\vec{r}) + \sigma(\vec{r}) + \tau(\vec{r})) \; q(\vec{r}_o, \vec{r}) \; ds \qquad (1.7.2)$$

Zerlegt man diesen Ausdruck in die folgenden drei Terme, so erhält man die Ausdrücke für die differentielle Zunahme derjenigen Gammaquanten, die einen Photo- bzw. Compton- bzw. Paarbildungseffekt am Ort $\vec{r}$ mit dem Absorbermaterial haben.

$$\begin{aligned} dq_{Ph}(\vec{r}_o, \vec{r}) &= \rho(\vec{r}) \; q(\vec{r}_o, \vec{r}) \; ds \\ dq_C(\vec{r}_o, \vec{r}) &= \sigma(\vec{r}) \; q(\vec{r}_o, \vec{r}) \; ds \\ dq_p(\vec{r}_o, \vec{r}) &= \tau(\vec{r}) \; q(\vec{r}_o, \vec{r}) \; ds \end{aligned} \qquad (1.7.3)$$

Gibt der Ortsvektor $\vec{r}$ einen Punkt im i. Absorber an, so gilt für den Strahlungsfluß $q(\vec{r}_o, \vec{r})$ die Gleichung (1.4.8). Setzt man diese Beziehung in die Gleichungen ein und integriert über die gesamte Wegstrecke $S_i(\vec{r}_o, \vec{n})$, die die Strahlung mit der Ausbreitungsrichtung $\vec{n}$ maximal im i. Absorber zurücklegen kann, so erhält man die Anzahl der insgesamt im Raumwinkel $d\Omega$ in dem i. Absorber stattfindenden Photo-, Compton- und Paarbildungseffekte.

$$q_{Phi}(\vec{r}_o, \vec{n}) = q(\vec{r}_o, \vec{r}_{i-1}) \; \rho_i \int_0^{S_i(\vec{r}_o, \vec{n})} \exp(-\mu_i s) \, ds =$$

$$= q(\vec{r}_o, \vec{r}_{i-1}) \; \frac{\rho_i}{\mu_i} \; (1 - \exp(-\mu_i S_i(\vec{r}_o, \vec{n})) =$$

$$= \frac{\rho_i}{\mu_i} q_{wi}(\vec{r}_o, \vec{n}) \qquad (1.7.4)$$

$$q_{Ci}(\vec{r}_o, \vec{n}) = \frac{\sigma_i}{\mu_i} q_{wi}(\vec{r}_o, \vec{n})$$

$$q_{Pi}(\vec{r}_o, \vec{n}) = \frac{\tau_i}{\mu_i} q_{wi}(\vec{r}_o, \vec{n})$$

$q_{wi}(\vec{r}_o, \vec{n})$ bezeichnet hierbei die Anzahl aller Quanten, die in dem Raumwinkel $d\Omega$ mit dem i. Absorber in Wechselwirkung treten (cf.(1.5.3)). Integriert man $q_{wi}(\vec{r}_o, \vec{n})$ über alle Richtungen in $\Omega = 4\pi$ und das Volumen V der Quelle, so erhält man die Anzahl aller Gammaquanten, die mit dem i. Absorber in Wechselwirkung treten.

$$Q_{wi} = \int_V \frac{D(\vec{r}_o)}{4\pi} \int_{4\pi} \prod_{k=0}^{i-1} f_{ak}(\vec{r}_o, \vec{n}) \; (1 - \exp(-\mu_i S_i(\vec{r}_o, \vec{n}))) \, d\Omega \, dV \qquad (1.7.5)$$

Die Integration muß über alle Richtungen erfolgen, da die Bildung von Streuquanten nicht auf die durch den Geometriefaktor f_g beschriebene Quantenzahl beschränkt bleibt.

Die Anzahl derjenigen Gammaquanten, die mit dem i. Absorber eine bestimmte Wechselwirkung haben, ergibt sich dann zu:

$$Q_{Phi} = \frac{\rho_i}{\mu_i} Q_{wi}, \quad Q_{Ci} = \frac{\sigma_i}{\mu_i} Q_{wi}, \quad Q_{Pi} = \frac{\tau_i}{\mu_i} Q_{wi} \qquad (1.7.6)$$

Die Anzahl der jeweils erzeugten Streuquanten hängt nun von der Art der

Wechselwirkung mit dem Absorbermaterial ab.

Beim Photoeffekt wird das Gammaquant vollständig absorbiert, es tritt also kein Streuquant auf.

Beim Comptoneffekt führt dagegen jede Wechselwirkung zu einem Streuquant verminderter Energie und veränderter Ausbreitungsrichtung, d.h. die Anzahl S_{Ci} der erzeugten Streuquanten entspricht der Anzahl Q_{Ci} derjenigen Quanten, die eine Comptonstreuung mit dem i. Absorber haben.

$$S_{Ci} = Q_{Ci} = \frac{\sigma_i}{\mu_i} Q_{wi} \qquad (1.7.7)$$

Bei jedem Paarbildungseffekt entstehen aus dem Primärquant zwei Streuquanten gleicher Energie. Vernachlässigt man die Möglichkeit, daß ein Positron den gesamten Absorberbereich ohne vorherige Vernichtung verlassen kann, so gilt für die Anzahl S_{Pi} der durch Paarbildung im i. Absorber erzeugten Streuquanten:

$$S_{Pi} = 2\,Q_{Pi} = 2\,\frac{\tau_i}{\mu_i} Q_{wi} \qquad (1.7.8)$$

Faßt man die Gleichungen (1.7.7) und (1.7.8) zusammen, so ergibt sich für die Anzahl S_i der insgesamt im i. Absorber erzeugten Streuquanten:

$$S_i = S_{Ci} + S_{Pi} = \frac{\sigma_i + 2\,\tau_i}{\mu_i} Q_{wi} \qquad (1.7.9)$$

Die Anzahl S der insgesamt im gesamten Absorberbereich erzeugten Streuquanten erhält man durch die Summation der Streuquanten S_i die in den Absorbern erzeugt werden:

$$S = \sum_{k=1}^{i} S_k \qquad (1.7.10)$$

Als Streufaktor f_s bezeichnet man den Quotienten aus der Anzahl S der im Absorberbereich erzeugten Streuquanten und der Quellstärke Q.

$$f_s = \frac{S}{Q} \qquad (1.7.11)$$

1.8 Der absolute Wirkungsgrad einer Detektoranordnung für Streuquanten

Die Entstehungsorte der Streuquanten sind über das gesamte Volumen aller Absorber der Detektoranordnung verteilt. Daher kann man den Absorberbereich als eine ausgedehnte Quelle nicht monoenergetischer Gammastrahlung mit einer inhomogenen Quelldichteverteilung $D_s(\vec{r}_0)$ auffassen. Die vom Ort $\vec{r}_0$ ausgehende Streustrahlung ist aufgrund der Winkelabhängigkeit der Comptonstreuung anisotrop.

Die Quellstärke Q_s dieser Streustrahlungsquelle hängt von der Quellstärke Q der Primärstrahlungsquelle ab und es gilt:

$$Q_s = f_s Q = f_s \nu A = \nu_s A \qquad (1.8.1)$$

Vernachlässigt man die Streuung der Streuquanten und hierbei besonders den Paarbildungseffekt hochenergetischer Comptonstreuquanten, so gelten für den absoluten Wirkungsgrad e_s der Detektoranordnung bezüglich der Streustrahlung sinngemäß die in den Kapiteln 1.3 bis 1.6 beschriebenen Beziehungen. Es gilt also für den absoluten Streuwirkungsgrad e_s:

$$e_s = f_{es} f_{as} f_{gs} \qquad (1.8.2)$$

Es soll in diesem Zusammenhang darauf hingewiesen werden, daß sich die Ansprechwahrscheinlichkeit f_{es} und der Gesamtschwächungsfaktor f_{as} für die Streustrahlung insofern von den entsprechenden Größen für monoenergetische Gammastrahlungen unterscheiden, als sie für nicht monoenergetische Strahlung gelten sollen. Das bedeutet, daß man noch die Abhängigkeit der Gesamtschwächungsquerschnitte von der Energie der Streustrahlung, d.h. von dem Energiespektrum dieser Strahlung am Ort $\vec{r}$ berücksichtigen muß.

2 Der Koinzidenzwirkungsgrad einer Detektoranordnung für zwei koinzidente Strahlungen

2.1 Die Koinzidenzquellstärke einer Quelle

Enthält eine Quelle mit der Aktivität A nur ein Radionuklid, so beträgt die Quellstärke Q bezüglich der Strahlung j nach (1.2.2):

$$Q_j = \nu_j A$$

Werden bei einem Kernzerfall mehrere Strahlungen ausgesendet, so ist die zeitliche Abfolge dieser Strahlungen in der Regel so dicht, daß die Strahlungen für den Detektor gleichzeitig erscheinen. Man bezeichnet diese Strahlungen als koinzident. Die Koinzidenzquellstärke Q_c, d.h. die Anzahl der in der Zeiteinheit ausgesandten Kaskaden "zeitgleicher" Strahlungen läßt sich entsprechend (1.2.2) definieren.

$$Q_c = \nu_c A \qquad (2.1.1)$$

ν_c bezeichnet hierbei die Auftrittswahrscheinlichkeit einer aus mehreren koinzidenten Strahlungen bestehenden Strahlungsgruppe. Für die Koinzidenzauftrittswahrscheinlichkeit gilt:

$$\nu_c \leq \nu_j \qquad (2.1.2)$$

Die ν_j bezeichnen hierbei die Auftrittswahrscheinlichkeiten der an der Koinzidenz beteiligten Strahlungen.

Die Anzahl $q_c(\mathcal{M}_0)$ der von einem infinitissimalen Volumenelement dV am Ort $\mathcal{M}_0$ in der Zeiteinheit emittierten Koinzidenzen beträgt nach (1.2.4):

$$q_c(\mathcal{M}_0) = D_c(\mathcal{M}_0)\, dV \qquad (2.1.3)$$

$D_c(\mathcal{M}_0)$ bezeichnet man als Koinzidenzquelldichte am Ort $\mathcal{M}_0$, sie unterscheidet sich von den Quelldichten der an der Koinzidenz beteiligten Strahlungen nur durch einen konstanten Faktor.

$$\frac{D_c(\vec{r}_o)}{D_j(\vec{r}_o)} = \frac{\nu_c}{\nu_j} \qquad (2.1.4)$$

2.2 Koinzidente Strahlung, die von einem Ort der Quelle emittiert wird

Die weiteren Überlegungen gelten für zwei koinzidente Gammastrahlungen 1 und 2 mit der Koinzidenzauftrittswahrscheinlichkeit ν_c. Die Quelle sendet dann insgesamt Q_{c1} Gammaquanten 1 aus, zu denen genau Q_{c2} koinzidente Gammaquanten 2 existieren.

$$Q_{c1} = Q_{c2} = Q_c \qquad (2.2.1)$$

Bezeichnet man entsprechend Gleichung (1.6.3) mit e_1' den absoluten Wirkungsgrad des Detektors D' für die Gammastrahlung 1 und mit e_2'' den absoluten Wirkungsgrad des Detektors D" für die Gammastrahlung 2, so gilt für die jeweils von D' bzw. D" nachgewiesenen Quanten der koinzidenten Strahlungen 1 und 2:

$$\begin{aligned} Q_{c1w} &= e_1' Q_{c1} \\ Q_{c2w} &= e_2'' Q_{c2} \end{aligned} \qquad (2.2.2)$$

Unter dem koinzidenten Strahlungsfluß $q_c(\vec{r}_o, \vec{r}_1, \vec{r}_2)$ soll die Anzahl derjenigen koinzidenten Strahlungspaare verstanden werden, bei denen vom Ort $\vec{r}_o$ aus die Strahlung 1 in den infinitissimalen Raumwinkel $d\Omega_1$ und die Strahlung 2 in den infinitissimalen Raumwinkel $d\Omega_2$ emittiert wird. Ist der koinzidente Strahlungsfluß $q_c(\vec{r}_o, \vec{r}_1, \vec{r}_2)$ unabhängig von den Ausbreitungsrichtungen $\vec{r}_1$ und $\vec{r}_2$, so gilt für alle Richtungen:

$$\langle \text{grad } q_c(\vec{r}_o, \vec{r}_1, \vec{r}_2)\, d\vec{r}_1 \rangle = \langle \text{grad } q_c(\vec{r}_o, \vec{r}_1, \vec{r}_2)\, d\vec{r}_2 \rangle = 0 \qquad (2.2.3)$$

Koinzidente Strahlung, die diese Bedingung erfüllt, bezeichnet man als nicht richtungskorreliert bzw. als isotrop.

2.2.1 Koinzidenzen zwischen zwei Gammastrahlungen ohne Richtungskorrelation

Der Strahlungsfluß der zu der Gammastrahlung 2 koinzidenten Gammastrahlung 1 in den Raumwinkel $d\Omega_1$ beträgt nach (1.2.11) und (2.1.3):

$$q_{c1}(\mathfrak{M}_0, \mathfrak{M}_1) = \frac{D_c(\mathfrak{M}_0)}{4\pi} d\Omega_1 \, dV \qquad (2.2.4)$$

$q_{c1}(\mathfrak{M}_0, \mathfrak{M}_1)$ gibt gleichzeitig die Anzahl derjenigen Strahlungsquanten 2 an, die koinzident zu diesen Strahlungsquanten 1 in den Raum 4π emittiert werden. Liegt keine Richtungskorrelation vor, so ergibt sich wegen (2.2.3) der koinzidente Strahlungsfluß in $d\Omega_1$ und $d\Omega_2$ zu:

$$q_c(\mathfrak{M}_0, \mathfrak{M}_1, \mathfrak{M}_2) = \frac{q_c(\mathfrak{M}_0, \mathfrak{M}_1)}{4\pi} d\Omega_2 = \frac{D_c(\mathfrak{M}_0)}{(4\pi)^2} d\Omega_2 \, d\Omega_1 \, dV \qquad (2.2.5)$$

Ist $\mathfrak{M}_1$ eine Richtung aus $\Omega'_g(\mathfrak{M}_0)$ und $\mathfrak{M}_2$ eine Richtung aus $\Omega''_g(\mathfrak{M}_0)$, so gilt für die Anzahl der insgesamt in $d\Omega_1$ und $d\Omega_2$ nachgewiesenen Koinzidenzen:

$$q_{cw}(\mathfrak{M}_0, \mathfrak{M}_1, \mathfrak{M}_2) = q_c(\mathfrak{M}_0, \mathfrak{M}_1, \mathfrak{M}_2) \, e'_{r1}(\mathfrak{M}_0, \mathfrak{M}_1) \, e''_{r2}(\mathfrak{M}_0, \mathfrak{M}_2) \qquad (2.2.6)$$

Integriert man diese Gleichung über alle Ausbreitungsrichtungen aus $\Omega'_g(\mathfrak{M}_0)$ bzw. $\Omega''_g(\mathfrak{M}_0)$ und alle Quellpunkte in V, so erhält man die Anzahl Q_{cw} der insgesamt von der Detektoranordnung nachgewiesenen Koinzidenzen.

$$Q_{cw} = \int_V \frac{D_c(\mathfrak{M}_0)}{(4\pi)^2} \int_{\Omega'_g(\mathfrak{M}_0)} e'_{r1}(\mathfrak{M}_0, \mathfrak{M}_1) \, d\Omega_1 \int_{\Omega''_g(\mathfrak{M}_0)} e''_{r2}(\mathfrak{M}_0, \mathfrak{M}_2) \, d\Omega_2 \, dV \qquad (2.2.7)$$

Hierbei wird angenommen, daß die beiden Detektoren jeweils nur für eine der beiden Strahlungen empfindlich seien; in diesem Fall der Detektor D' für die Strahlung 1 und der Detektor D" für die Strahlung 2. Als absoluten Koinzidenzwirkungsgrad e_{c12} dieser Detektoranordnung bezeichnet man entsprechend (1.6.3) den Quotienten aus der Anzahl Q_{cw} der insgesamt nachgewiesenen Koinzidenzen und der Koinzidenzquellstärke Q_c.

$$e_{c12} = \frac{Q_{cw}}{Q_c} \qquad (2.2.8)$$

Um den so definierten absoluten Koinzidenzwirkungsgrad e_{c12} durch die ab-

soluten Einzelwirkungsgrade e'_1 und e''_2 auszudrücken, bildet man zunächst folgenden Ausdruck:

$$D_{c1w}(\mathcal{N}_o) = \frac{D_c(\mathcal{N}_o)}{4\pi} \int_{\Omega'_g(\mathcal{N}_o)} e'_{r1}(\mathcal{N}_o, \mathcal{N}_1)\, d\Omega_1 \qquad (2.2.9)$$

$D_{c1w}(\mathcal{N}_o)$ bezeichnet dann die Quelldichtefunktion derjenigen Strahlungsquanten 2, deren koinzidentes Strahlungsquant 1 von dem Detektor D' nachgewiesen wurde, d.h. die Quelldichtefunktion derjenigen Strahlungsquanten 2, deren Nachweis durch den Detektor D" zu einer nachgewiesenen Koinzidenz führt. Integriert man diese Gleichung über alle Quellorte in V, so erhält man die Anzahl Q_{c1w} der insgesamt von dem Detektor D' nachgewiesenen Strahlungsquanten 1 (cf. Gleichung 2.2.2)). Erweitert man die Gleichung (2.2.8) mit Q_{c1w}, so ergibt sich:

$$e_{c12} = \frac{Q_{cw}}{Q_{c1w}} \frac{Q_{c1w}}{Q_c} \qquad (2.2.10)$$

Beide Terme sind Quotienten aus der Anzahl der nachgewiesenen Ereignisse und den in 4π maximal möglichen Fällen, sie entsprechen somit genau der Definition eines absoluten Wirkungsgrades. Q_{c1w}/Q_c entspricht genau dem absoluten Wirkungsgrad e'_1 des Detektors D' bezüglich der Strahlung 1, wie man unmittelbar der Gleichung (2.2.2) entnehmen kann. Der Quotient Q_{cw}/Q_{c1w} entspricht dagegen nicht dem Einzelwirkungsgrad e''_2, da die Quelldichtefunktion $D_{c1w}(\mathcal{N}_o)$ und die Quelldichtefunktion $D_c(\mathcal{N}_o)$ nicht identisch sind. Der auf die Quelldichtefunktion $D_{c1w}(\mathcal{N}_o)$ bezogene absolute Wirkungsgrad soll mit $\hat{e}''_2$ bezeichnet werden. Berücksichtigt man, daß diese Betrachtung gleichermaßen für die Gammastrahlung 1 bezüglich einer entsprechend (2.2.9) definierten Quelldichtefunktion $D_{c2w}(\mathcal{N}_o)$ angestellt werden kann, so läßt sich der absolute Koinzidenzwirkungsgrad e_{c12} wie folgt durch die absoluten Einzelwirkungsgrade ausdrücken:

$$e_{c12} = e'_1\, \hat{e}''_2 = \hat{e}'_1\, e''_2 = e'_1\, e''_2 \frac{\hat{e}''_2}{e''_2} = e'_1\, e''_2 \frac{\hat{e}'_1}{e'_1} = e'_1\, e''_2\, k_q \qquad (2.2.11)$$

Die Gleichung (2.2.7) zeigt, daß für eine punktförmige Quelle, d.h. wenn die Integration über dV fortfällt, der Korrekturfaktor k_q den Wert 1 annimmt. Der Korrekturfaktor k_q beschreibt demnach den Einfluß des Quellvolumens auf den Koinzidenzwirkungsgrad.

Im Kapitel 2.4 wird ein Überblick über die Größenordnung dieses geometrischen Korrekturfaktors k_q, sowie ein Überblick über den Einfluß der Quellengeometrie und der Quellenabstände zu den Detektoren gegeben.

Bei der Ableitung des Koinzidenzwirkungsgrades wurde bisher angenommen, daß die beiden Detektoren jeweils nur für eine der beiden Gammastrahlungen empfindlich seien, eine Annahme, die bei Detektoren bezüglich Gammastrahlungen im allgemeinen nicht zutrifft. Berücksicht man, daß auch der Detektor D' für die Gammastrahlung 2 und der Detektor D" für die Gammastrahlung 1 empfindlich ist, so gilt für den absoluten Wirkungsgrad e_c der Detektoranordnung:

$$e_c = e_{c12} + e_{c21} = k_q(e_1' e_2'' + e_2' e_1'') \qquad (2.2.12)$$

2.2.2 Koinzidenzen zwischen zwei Gammastrahlungen mit Richtungskorrelation

Ist die Bedingung (2.2.3) für den koinzidenten Strahlungsfluß nicht erfüllt, so spricht man von richtungskorrelierter bzw. anisotroper, koinzidenter Strahlung. Ursache der Richtungskorrelation ist der Einfluß der Spins der an der Aussendung der koinzidenten Strahlung beteiligten Kernniveaus.

Bezeichnet man den in die Raumwinkel $d\Omega_1$ und $d\Omega_2$ bei anisotroper Aussendung gehenden Strahlungsfluß mit $q_{ca}(\mathcal{M}_0, \mathcal{M}_1, \mathcal{M}_2)$, so beschreibt der Quotient aus den Strahlungsflüssen bei anisotroper und isotroper Verteilung eine von dem Winkel zwischen den beiden Ausbreitungsrichtungen $\mathcal{M}_1$ und $\mathcal{M}_2$ abhängige Funktion.

$$W(\delta(\mathcal{M}_1, \mathcal{M}_2)) = \frac{q_{ca}(\mathcal{M}_0, \mathcal{M}_1, \mathcal{M}_2)}{q_c(\mathcal{M}_0, \mathcal{M}_1, \mathcal{M}_2)} \qquad (2.2.13)$$

$$\text{mit} \quad \delta(\mathcal{M}_1, \mathcal{M}_2) = \arccos(\langle \mathcal{M}_1, \mathcal{M}_2 \rangle)$$

Die sogenannte Verteilungsfunktion $W(\delta(\mathcal{M}_1, \mathcal{M}_2))$ läßt sich in eine endliche (kurze) Reihe von Legendreschen Polynomen $P_l(\langle \mathcal{M}_1, \mathcal{M}_2 \rangle)$ entwickeln, in der bei ungestörter Richtungskorrelation nur gerade Werte von l auftreten.

$$W(\delta(\mathcal{M}_1, \mathcal{M}_2)) = \sum_l \alpha_l P_l(\langle \mathcal{M}_1, \mathcal{M}_2 \rangle) \text{ mit } l = 0,2,4,\ldots,l_{max} \qquad (2.2.14)$$

Die Verteilungsfunktion ist also symmetrisch zu $\delta(\mathcal{M}_1,\mathcal{M}_2) = \pi/2$ und es gilt:

$$\int_0^{2\pi} W(\delta(\mathcal{M}_1,\mathcal{M}_2))\, d\delta(\mathcal{M}_1,\mathcal{M}_2) = 2\int_0^{\pi} W(\delta(\mathcal{M}_1,\mathcal{M}_2))\, d\delta(\mathcal{M}_1,\mathcal{M}_2) = 1 \quad (2.2.15)$$

Die Verteilungsfunktion $W(\delta(\mathcal{M}_1,\mathcal{M}_2))$ beschreibt ausschließlich eine Eigenschaft des in der Quelle enthaltenen Radioisotops.

Berücksichtigt man diese Verteilungsfunktion in der Gleichung (2.2.6) und in der Gleichung (2.2.7), so ergibt sich die Anzahl Q_{caw} der bei anisotroper Verteilung insgesamt von der Detektoranordnung nachgewiesenen Koinzidenzen zu:

$$Q_{caw} = \int_V \frac{D_c(\mathcal{M}_0)}{(4\pi)^2} \int_{\Omega_g'(\mathcal{M}_0)} e'_{r1}(\mathcal{M}_0,\mathcal{M}_1) \int_{\Omega_g''(\mathcal{M}_0)} e''_{r2}(\mathcal{M}_0,\mathcal{M}_2)\, W(\delta(\mathcal{M}_1,\mathcal{M}_2))\, d\Omega_2\, d\Omega_1\, dV \quad (2.2.16)$$

Der Quotient aus der Anzahl Q_{caw} der bei anisotroper Verteilung insgesamt nachgewiesenen Koinzidenzen und der Anzahl Q_{cw} der bei isotroper Verteilung nachgewiesenen Koinzidenzen bezeichnet man als Korrelationsfaktor $K(\Theta)$.

$$K(\Theta) = \frac{Q_{caw}}{Q_{cw}} \quad (2.2.17)$$

Θ ist hierbei der Winkel zwischen den beiden Detektorachsen. $K(\Theta)$ ist im Gegensatz zu $W(\delta(\mathcal{M}_1,\mathcal{M}_2))$ nicht nur eine Funktion des jeweiligen Radioisotops, sondern hängt darüber hinaus von der Detektoranordnung ab. Der Korrelationsfaktor läßt sich ebenfalls nach $P_l(\cos\Theta)$ entwickeln.

$$K(\Theta) = \sum_l \beta_l P_l(\cos\Theta) \text{ mit } l = 0,1,2,\ldots,k,\ldots \quad (2.2.18)$$

Mit dem Zusammenhang zwischen den Funktionen $K(\Theta)$ und $W(\delta(\mathcal{M}_1,\mathcal{M}_2))$, d.h. mit dem Zusammenhang zwischen den Koeffizientengruppen β_l und α_l haben sich mehrere Autoren befaßt 8), 9), 10). Es läßt sich zeigen, daß bei punktsymmetrischer Anordnung der Detektoren und der Absorber zum Schwerpunkt der Quelle, auch $K(\Theta)$ in einer endlichen und mit der von $W(\delta(\mathcal{M}_1,\mathcal{M}_2))$ mit Ausnahme der Koeffizienten β_l und α_l identischen Reihe von Legendreschen Polynomen entwickelt werden kann. Werte für die Quotienten α_l/β_l

für verschiedene Detektorgrößen, Quellenabständen und Gammaenergien sind berechnet und tabelliert worden 11), 12), 13). K o w a l s k i [14] gibt ein Verfahren zur experimentellen Bestimmung der Funktion $K(\Theta)$ ohne Kenntnis der Verteilungsfunktion an.

Den absoluten Koinzidenzwirkungsgrad für richtungskorrelierte Gammastrahlungen erhält man dann entsprechend Gleichung (2.2.8) unter Verwendung der Gleichungen (2.2.11) und (2.2.17) zu:

$$e_{c12} = \frac{Q_{caw}}{Q_c} = K(\Theta)\, k_q\, e_1'\, e_2'' \qquad (2.2.19)$$

Berücksichtigt man wieder die Empfindlichkeit beider Detektoren für beide Gammastrahlungen, so gilt wegen der Symmetrie von $K(\Theta)$:

$$e_c = K(\Theta)\, k_q\, (e_1'\, e_2'' + e_2'\, e_1'') \qquad (2.2.20)$$

2.2.3 Der Koinzidenzwirkungsgrad für Vernichtungsstrahlung

Das Auftreten zweier koinzidenter Vernichtungsquanten ist die Folge der Vernichtung eines bei einem Kernzerfall auftretenden β^+-Teilchens. Wegen der endlichen Reichweite der β^+-Strahlung in der Materie ist der Ort des Kernzerfalls nicht identisch mit dem Entstehungsort der Vernichtungsstrahlung. Das hat zur Folge, daß auch außerhalb des Quellvolumens V Vernichtungsquanten entstehen können. Bezeichnet man das Volumen, das alle Orte, an denen Vernichtungsstrahlung entstehen kann, einschließt mit V_v, so gilt:

$$V_v > V \qquad (2.2.21)$$

Jedes von der Quelle emittierte β^+-Teilchen erzeugt genau ein koinzidentes Gammaquantenpaar, d.h. die Quellstärke Q_{β^+} der Quelle für die β^+-Strahlung entspricht genau der Koinzidenzquellstärke Q_c des Volumens V_v. Bezeichnet man mit $D_{\beta^+}(\mathcal{N}_0)$ die Quelldichtefunktion der Quelle für die β^+-Emission und mit $D_c(\mathcal{N}_0)$ die Quelldichtefunktion für die Vernichtungsstrahlung in V_v, so gilt:

$$Q_{\beta^+} = \int_V D_{\beta^+}(\mathcal{N}_0)\, dV = Q_c = \int_{V_v} D_c(\mathcal{N}_0)\, dV_v \qquad (2.2.22)$$

Diese Gleichung zeigt, daß die beiden Dichtefunktionen nicht gleich sind und das daher die Gleichung (2.1.4) in diesem Fall nicht gilt.

Die beiden Vernichtungsquanten sind energetisch gleich und werden mit genau entgegengesetzten Ausbreitungsrichtungen von ihrem Entstehungsort ausgesendet. Da die beiden Gammaquanten energetisch gleich sind, kann einerseits auf die Indizierung der Wirkungsgrade bezüglich der Strahlung verzichtet werden, zum anderen gilt von vornherein, daß beide Detektoren für beide "Strahlungen" gleich empfindlich sind. Für den koinzidenten Strahlungsfluß in zwei infinitissimale Raumwinkel $d\Omega_1$ und $d\Omega_2$ gilt wegen der 180°-Richtungskorrelation der Vernichtungsstrahlung:

$$q_c(\mathcal{M}_0, \mathcal{M}_1, \mathcal{M}_2) = 0 \qquad \text{für alle } \mathcal{M}_1 \neq -\mathcal{M}_2$$

$$q_c(\mathcal{M}_0, \mathcal{M}_1, \mathcal{M}_2) = \frac{D_c(\mathcal{M}_0)}{4\pi}\, d\Omega\, dV_v \qquad \text{für alle } \mathcal{M}_1 = -\mathcal{M}_2 \qquad (2.2.23)$$

$$\text{mit } d\Omega = d\Omega_1 = d\Omega_2$$

Die Gleichung (2.2.23) zeigt, daß bei Vorgabe der einen Ausbreitungsrichtung, die Ausbreitungsrichtung des koinzidenten Quants ebenfalls gegeben ist. Insofern ist es gerechtfertigt, nur eine der beiden Ausbreitungsrichtungen anzugeben.

$$q_c(\mathcal{M}_0, \mathcal{M}_1, \mathcal{M}_2) \equiv q_c(\mathcal{M}_0, \mathcal{M}) \qquad (2.2.24)$$

Die geometrische Bedingung dafür, daß eines der beiden Vernichtungsquanten mit einem der beiden Detektoren in Wechselwirkung treten kann, ist durch die beiden Raumwinkel $\Omega'_g(\mathcal{M}_0)$ und $\Omega''_g(\mathcal{M}_0)$ gegeben, wenn die Strahlung am Ort $\mathcal{M}_0$ entsteht. Wegen der 180°-Richtungskorrelation der Vernichtungsstrahlung reicht diese Bedingung nicht aus, um denjenigen Raumwinkel zu beschreiben, in den die Vernichtungsstrahlung ausgesendet werden muß, um mit beiden Detektoren in Wechselwirkung treten zu können. Abbildung 2 soll diesen Sachverhalt veranschaulichen. Spiegelt man den Raumwinkel $\Omega''_g(\mathcal{M}_0)$ punktsymmetrisch im Entstehungsort $\mathcal{M}_0$ der Vernichtungsstrahlung, so gibt der Doppelkegel $\Omega''_g(\mathcal{M}_0) - \bar{\Omega}''_g(\mathcal{M}_0)$ denjenigen räumlichen Bereich an, in den die koinzidenten Vernichtungsquanten emittiert werden müssen, damit eines der beiden Quanten den Detektor D" trifft. Derjenige Bereich, den der Raumwinkel $\bar{\Omega}''_g(\mathcal{M}_0)$

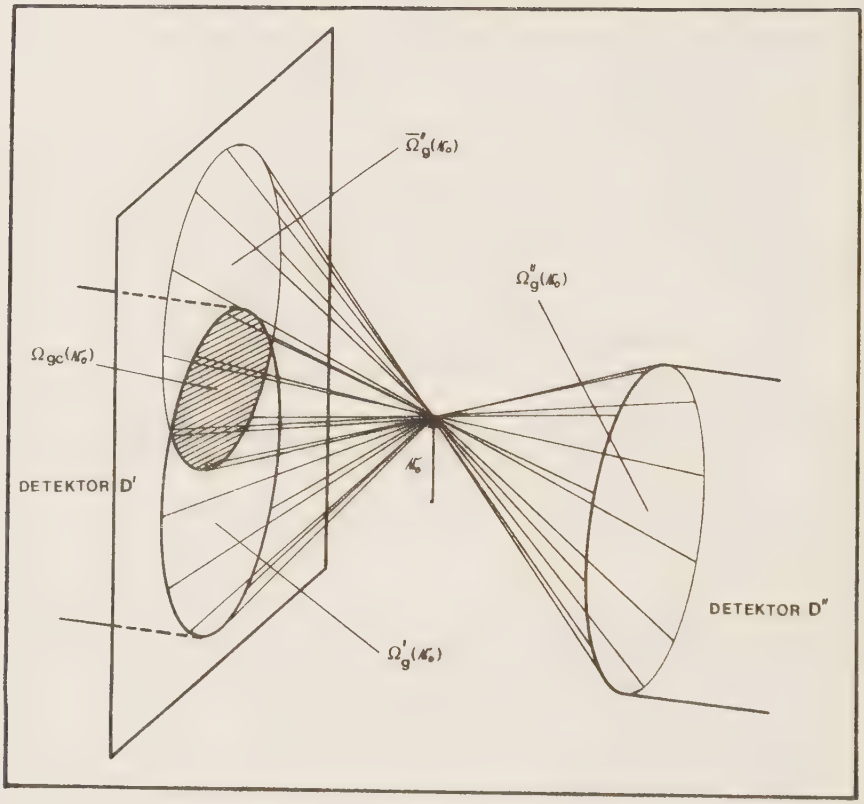


Abbildung 2 Der Koinzidenzraumwinkel $\Omega_{gc}(\mathcal{K}_o)$ für die Vernichtungsstrahlung, die vom Ort $\mathcal{K}_o$ ausgesendet wird.

mit dem Raumwinkel $\Omega'_g(\mathcal{K}_o)$ gemeinsam hat, entspricht dann dem Koinzidenzraumwinkel $\Omega_{gc}(\mathcal{K}_o)$, in den die Vernichtungsstrahlung vom Ort $\mathcal{K}_o$ ausgesendet werden muß, um mit beiden Detektoren in Wechselwirkung treten zu können. Es gilt:

$$0 \leq \Omega_{gc}(\mathcal{K}_o) \leq \Omega'_g(\mathcal{K}_o)$$
$$0 \leq \Omega_{gc}(\mathcal{K}_o) \leq \Omega''_g(\mathcal{K}_o) \qquad (2.2.25)$$

Die Anzahl der Koinzidenzen, die in $d\Omega$ von der Detektoranordnung nachgewiesen werden, wenn $\mathcal{K}$ eine Richtung aus $\Omega_{gc}(\mathcal{K}_o)$ ist, beträgt:

$$\varepsilon_{cw}(\vec{r}_o,\vec{m}) = 2\,\varepsilon_c(\vec{r}_o,\vec{m})\,\varepsilon'_r(\vec{r}_o,\vec{m})\,\varepsilon''_r(\vec{r}_o,-\vec{m}) = \qquad (2.2.26)$$

$$= 2\,\varepsilon_c(\vec{r}_o,\vec{m})\,\varepsilon_{rc}(\vec{r}_o,\vec{m})$$

$\varepsilon_{rc}(\vec{r}_o,\vec{m})$ beschreibt hierbei den differentiellen relativen Koinzidenzwirkungsgrad der Detektoranordnung für die Vernichtungsstrahlung. Der Faktor 2 berücksichtigt, daß beide Detektoren für beide "Strahlungen" gleichermaßen empfindlich sind, wie schon oben erwähnt wurde. Integriert man nun diese Gleichung über alle Richtungen in $\Omega_{gc}(\vec{r}_o)$ und alle Entstehungsorte $\vec{r}_o$ in V_v, so erhält man die Anzahl Q_{cw} der insgesamt nachgewiesenen Koinzidenzen.

$$Q_{cw} = 2 \int_{V_v} \frac{D_c(\vec{r}_o)}{4\pi} \int_{\Omega_{gc}(\vec{r}_o)} \varepsilon_{rc}(\vec{r}_o,\vec{m})\,d\Omega\;dV_v \qquad (2.2.27)$$

Der Quotient aus Q_{cw} und Q_c wird wieder als absoluter Koinzidenzwirkungsgrad ε_c der Detektoranordnung für die Vernichtungsstrahlung bezeichnet.

$$\varepsilon_c = \frac{Q_{cw}}{Q_c} \qquad (2.2.28)$$

Den differentiellen relativen Koinzidenzwirkungsgrad $\varepsilon_{rc}(\vec{r}_o,\vec{m})$ kann man entsprechend Gleichung (1.6.1) in den differentiellen Koinzidenzgesamtschwächungsfaktor $f_{ac}(\vec{r}_o,\vec{m})$ und die differentielle Koinzidenzansprechwahrscheinlichkeit $f_{ec}(\vec{r}_o,\vec{m})$ zerlegen. Für die differentiellen Terme gilt dann:

$$f_{ac}(\vec{r}_o,\vec{m}) = f'_a(\vec{r}_o,\vec{m})\,f''_a(\vec{r}_o,-\vec{m}) =$$

$$= \prod_i f'_{ai}(\vec{r}_o,\vec{m})\,f''_{ai}(\vec{r}_o,-\vec{m}) \qquad (2.2.29)$$

$$f_{ec}(\vec{r}_o,\vec{m}) = f'_e(\vec{r}_o,\vec{m})\,f''_e(\vec{r}_o,-\vec{m})$$

Die so definierten differentiellen Terme entsprechen formal denjenigen einer einfachen Detektoranordnung. Das bedeutet, daß die in den Kapiteln 1.4 und 1.5 beschriebenen Beziehungen gleichermaßen für den Koinzidenzgesamtschwächungsfaktor f_{ac} und die Koinzidenzansprechwahrscheinlichkeit f_{ec} gelten. Führt man weiterhin analog zum Kapitel 1.3 den Koinzidenzgeometriefaktor f_{gc} ein, indem man die Anzahl der geometrischen Treffer auf die Quellstärke $Q = 2\,Q_c$ der insgesamt emittierten Vernichtungsquanten bezieht,

$$f_{gc} = \frac{2}{2\,Q_c} \int_{V_V} \frac{D_c(\mathcal{M}_o)}{4\pi} \int_{\Omega_{gc}(\mathcal{M}_o)} d\Omega \; dV_v \qquad (2.2.30)$$

so läßt sich der absolute Koinzidenzwirkungsgrad e_c einer Detektoranordnung für die Vernichtungsstrahlung entsprechend Gleichung (1.6.3) ausdrücken.

$$e_c = 2\, f_{ec}\, f_{ac}\, f_{gc} = 2\, f_{ec}\, f_{gc} \prod_i f_{aci} = 2\, e_{cv} \qquad (2.2.31)$$

2.3 Koinzidente Strahlung, die von zwei verschiedenen Orten der Quelle emittiert wird

Nicht immer ist der Entstehungsort der Gammastrahlung identisch mit dem Ort des, die jeweilige Strahlung verursachenden Kernzerfalls. Das gilt immer dann, wenn die Gammastrahlung durch einen Sekundärprozeß mit der Materie erzeugt wird. Wie schon im Kapitel 2.2.3 beschrieben wurde, trifft das Gesagte auf die Vernichtungsstrahlung zu, die durch die Vernichtung eines beim Kernzerfall emittierten β^+-Teilchens in der näheren Umgebung des zerfallenden Kerns entsteht. In besonderem Maße trifft dieser Sachverhalt aber auch auf die durch ein Primärquant erzeugte Streustrahlung zu (cf. Kapitel 1.7). Die Entstehungsorte der Streustrahlung können weit außerhalb des eigentlichen Quellvolumens V liegen.

Zur einfacheren Unterscheidung der Strahlungen, soll im Weiteren diejenige Gammastrahlung, die unmittelbar am Ort des Kernzerfalls auftritt, als typische Gammastrahlung bezeichnet werden. Strahlung, die durch Sekundärprozesse in der Umgebung des zerfallenden Kerns entsteht, soll atypisch genannt werden, da sie nicht charakteristisch für das zerfallende Radioisotop ist.

Die Quelldichte der atypischen Strahlung, die durch einen Kernzerfall am Ort $\mathcal{M}_q$ des Quellvolumens V erzeugt wird, hängt von der Quelldichte der Primärquanten ab. Faßt man denjenigen Bereich, in dem die am Ort $\mathcal{M}_q$ entstehende Strahlung durch Sekundärprozesse atypische Gammastrahlung erzeugen kann, das Volumen $V_s(\mathcal{M}_q)$ zusammen und bezeichnet man die Anzahl derjenigen [illegible], [illegible] dem so definierten Volumen Sekundärprozesse haben, mit $n_s(\mathcal{M}_q)$, so läßt sich die folgende Quelldichtefunktion definieren.

$$q_s(\mathcal{M}_1) = \int_{V_s(\mathcal{M}_1)} D_s(\mathcal{M}_1, \mathcal{M}_2)\, dV_s \qquad (2.3.1)$$

$D_s(\mathcal{M}_1, \mathcal{M}_2)\, dV_s$ gibt hierbei die Anzahl der Sekundärprozesse in dem Volumenelement dV_s am Ort $\mathcal{M}_2$ an, die durch die Strahlungsmenge $q_s(\mathcal{M}_1)$ hervorgerufen werden. Die Dichteverteilung hängt von der Art und der Energie der am Ort $\mathcal{M}_1$ emittierten Strahlung und der Materie im Volumen $V_s(\mathcal{M}_1)$ ab. Dividiert man die so erhaltene Quelldichtefunktion durch die Anzahl $q_s(\mathcal{M}_1)$ der Primärquanten, so erhält man eine von der Anzahl der Primärquanten unabhängige Verteilungsfunktion $w_s(\mathcal{M}_1, \mathcal{M}_2)$ und es gilt:

$$\int_{V_s(\mathcal{M}_1)} \frac{D_s(\mathcal{M}_1, \mathcal{M}_2)}{q_s(\mathcal{M}_1)}\, dV_s = \int_{V_s(\mathcal{M}_1)} w_s(\mathcal{M}_1, \mathcal{M}_2)\, dV_s = 1 \qquad (2.3.2)$$

Die Funktion $w_s(\mathcal{M}_1, \mathcal{M}_2)$ beschreibt die Wahrscheinlichkeit dafür, daß die Wechselwirkung eines am Ort $\mathcal{M}_1$ emittierten Primärquants am Ort $\mathcal{M}_2$ im Volumen $V_s(\mathcal{M}_1)$ stattfindet.

2.3.1 Koinzidenzen zwischen typischer Gammastrahlung und Vernichtungsstrahlung

Sendet eine Quelle bei einem Kernzerfall gleichzeitig ein typisches Gammaquant 1 und ein β^+-Teilchen aus, so ist die durch die Vernichtung des β^+-Teilchens entstehende Vernichtungsstrahlung 2 ebenfalls koinzident zu der Gammastrahlung 1. Die Koinzidenzquellstärke Q_c ist dann durch die in der Zeiteinheit entstehenden γ_1-β^+-Paare gegeben, die zugehörige Quelldichtefunktion sei $D_c(\mathcal{M}_1)$. An einem Ort $\mathcal{M}_1$ im Quellvolumen V werden dann

$$q_{c1}(\mathcal{M}_1) = q_{c\beta^+}(\mathcal{M}_1) = q_c(\mathcal{M}_1) = D_c(\mathcal{M}_1)\, dV \qquad (2.3.3)$$

typische Gammaquanten 1 und β^+-Teilchen ausgesendet.

Die Vernichtung dieser β^+-Teilchen findet dann in einem, den Ort $\mathcal{M}_1$ einschließenden Volumen $V_s(\mathcal{M}_1)$ statt. Die Ausdehnung dieses Volumens wird durch die maximale Reichweite $r_{\beta^+ max}$ der β^+-Strahlung in der den Entstehungsort umgebenden Materie bestimmt. Finden alle Vernichtungen der vom Ort $\mathcal{M}_1$

ausgehenden β^+-Teilchen in der gleichen Materie statt, so wird das Volumen $V_s(\vec{r}_1)$ durch eine Kugel mit dem Radius $r_{\beta^+ max}$ um $\vec{r}_1$ beschrieben. Abbildung 3 soll diesen Sachverhalt veranschaulichen. Finden die Vernichtungen in unterschiedlichen Materialien statt, so muß man die verschiedenen Reichweiten der β^+-Strahlung berücksichtigen.

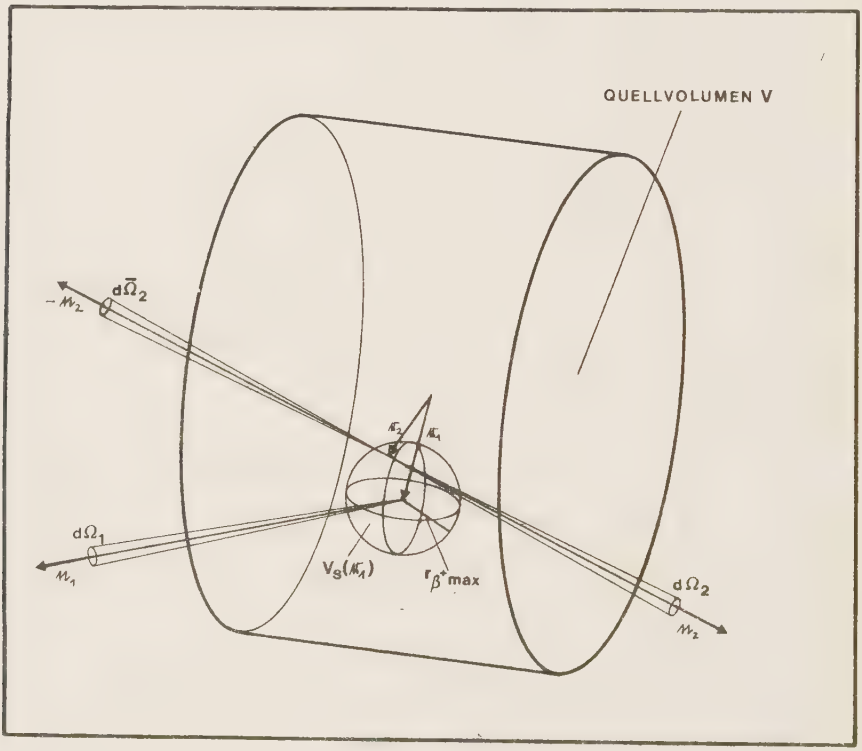


Abbildung 3 Der Zusammenhang zwischen dem Entstehungsort $\vec{r}_1$ eines β^+-Teilchens und dem Entstehungsort $\vec{r}_2$ der Vernichtungsstrahlung

Setzt man voraus, daß in dem Volumen $V_s(\vec{r}_1)$ alle β^+-Teilchen vernichtet werden, so gilt für die Anzahl $q_c(\vec{r}_1, \vec{r}_2)$ der an den Orten $\vec{r}_1$ und $\vec{r}_2$ stattfindenden koinzidenten Ereignisse:

$$q_c(\vec{r}_1, \vec{r}_2) = D_c(\vec{r}_1)\, w_s(\vec{r}_1, \vec{r}_2)\, dV\, dV_s \qquad (2.3.4)$$

Da die zu der typischen Gammastrahlung 1 koinzidente Strahlung durch einen Sekundärprozeß entsteht, kann zwischen der Ausbreitungsrichtung der typischen Gammastrahlung und den Ausbreitungsrichtungen der Vernichtungsstrahlungen keine Richtungskorrelation bestehen; zwischen den beiden Ausbreitungsrichtungen der Vernichtungsquanten besteht jedoch wieder die, für diese Strahlungen typische, Richtungskorrelation von 180°. Berücksichtigt man, daß zu jedem typischen Gammaquant zwei energetisch gleiche Vernichtungsquanten existieren, so ergibt sich der koinzidente Strahlungsfluß durch zwei infinitissimale Raumwinkel zu:

$$q_c(\mathcal{M}_1, \mathcal{M}_1, \mathcal{M}_2, \mathcal{M}_2) = 2 \frac{D_c(\mathcal{M}_1)}{(4\pi)^2} w_s(\mathcal{M}_1, \mathcal{M}_2)\, dV\, dV_s\, d\Omega_1\, d\Omega_2 \qquad (2.3.5)$$

$\mathcal{M}_1$ ist hierbei die Ausbreitungsrichtung der typischen Strahlung 1 und $\mathcal{M}_2$ die Ausbreitungsrichtung der Vernichtungsstrahlung (cf. Abbildung 3).

Die Anzahl $q_{cw}(\mathcal{M}_1, \mathcal{M}_1, \mathcal{M}_2, \mathcal{M}_2)$ der in $d\Omega_1$ und $d\Omega_2$ nachgewiesenen Koinzidenzen beträgt dann:

$$q_{cw}(\mathcal{M}_1, \mathcal{M}_1, \mathcal{M}_2, \mathcal{M}_2) = q_c(\mathcal{M}_1, \mathcal{M}_1, \mathcal{M}_2, \mathcal{M}_2)\, e'_{r1}(\mathcal{M}_1, \mathcal{M}_1)\, e''_{r2}(\mathcal{M}_2, \mathcal{M}_2) \qquad (2.3.6)$$

Die Integration dieser Gleichung über alle Variablen führt dann zu der Anzahl Q_{cw} der insgesamt von der Detektoranordnung nachgewiesenen Koinzidenzen.

$$Q_{cw} = 2 \int_V \frac{D_c(\mathcal{M}_1)}{(4\pi)^2} \int_{\Omega'_g(\mathcal{M}_1)} e'_{r1}(\mathcal{M}_1, \mathcal{M}_1) \int_{V_s(\mathcal{M}_1)} w_s(\mathcal{M}_1, \mathcal{M}_2) \times$$

$$\times \int_{\Omega''_g(\mathcal{M}_2)} e''_{r2}(\mathcal{M}_2, \mathcal{M}_2)\, d\Omega_2\, dV_s\, d\Omega_1\, dV \qquad (2.3.7)$$

Vergleicht man diese Gleichung für die insgesamt von der Detektoranordnung nachgewiesenen Koinzidenzen mit der entsprechenden Gleichung (2.2.7) für nicht richtungskorrelierte Gammastrahlungen, die von einem gemeinsamen Ort der Quelle emittiert werden, so läßt sich noch ein weiterer Korrekturfaktor k_v definieren. Die durch die Gleichung (2.2.7) angegebene Quantenzahl soll mit ${}_tQ_{cw}$ bezeichnet werden, um anzudeuten, daß es sich hierbei um Koinzidenzen zwischen zwei typischen Gammastrahlungen handelt. Berücksichtigt man,

daß sich die beiden Strahlungsflüsse um den Faktor 2 unterscheiden, so ergibt sich:

$$k_v = \frac{Q_{cw}}{2\ {}^{t}Q_{cw}} \qquad (2.3.8)$$

k_v gibt dann den Einfluß der Ausdehnung des Volumens $V_s(\mathcal{M}_1)$ und der Dichteverteilung $D_s(\mathcal{M}_1, \mathcal{M}_2)$ in diesem Volumen auf die Anzahl der insgesamt nachgewiesenen Koinzidenzen an.

Für den Koinzidenzwirkungsgrad gilt dann sinngemäß nach Gleichung (2.3.8) unter Verwendung der Gleichungen (2.2.10) und (2.2.11):

$$e_{c12} = \frac{Q_{cw}\ {}^{t}Q_{cw}\ Q_{c1w}}{{}^{t}Q_{cw}\ Q_{c1w}\ Q_c} = 2\ k_v\ k_q\ e_1'\ e_2'' \qquad (2.3.9)$$

Sind wieder beide Detektoren für beide Strahlungen empfindlich, so gilt für den absoluten Wirkungsgrad e_c:

$$e_c = 2\ k_v\ k_q\ (e_1'\ e_2'' + e_1''\ e_2') \qquad (2.3.10)$$

2.3.2 Koinzidenzen zwischen typischer Gammastrahlung und Streustrahlung

Wie schon im Kapitel 1.8 beschrieben wurde, läßt sich der gesamte Absorberbereich als eine ausgedehnte Quelle nicht monoenergetischer Gammastrahlung -der Streustrahlung- auffassen. Das Volumen der Streustrahlungsquelle, d.h. das Volumen des Absorberbereiches, sei V_s. Faßt man die durch eine bestimmte Strahlung j erzeugten Streuquanten als die Streustrahlung sj zusammen, so gilt nach Gleichung (1.8.1) für die Quellstärke Q_{sj} des Volumens V_s für die durch die typische Strahlung j erzeugte Streustrahlung:

$$Q_{sj} = f_{sj}\ Q_j \qquad (2.3.11)$$

f_{sj} bezeichnet hierbei den Streufaktor für die typische Strahlung j.

Die Ursache für Koinzidenzen zwischen einer typischen Strahlung 1 und einer Streustrahlung s2, ist die Aussendung einer zu der Strahlung 1 koinzidenten Strahlung 2. Die Koinzidenzquellstärke für die Aussendung eines koinziden-

ten $\nu_1 - \nu_2$ -Paares betrage wieder Q_c und die Quelldichtefunktion im Quellvolumen V sei $D_c(\vec{r}_1)$. An einem Ort $\vec{r}_1$ der Quelle werden dann

$$q_{c1}(\vec{r}_1) = q_{c2}(\vec{r}_2) = q_c(\vec{r}_1) = D_c(\vec{r}_1)\, dV \qquad (2.3.12)$$

koinzidente Quanten der Strahlung 1 und der Strahlung 2 ausgesendet.

Nicht alle Gammaquanten der typischen Strahlung 2 werden in dem Absorbervolumen V_s gestreut; $f_{s2}(\vec{r}_1)$ gebe den Streufaktor der Anordnung bezüglich der am Ort $\vec{r}_1$ auftretenden Strahlung 2 an. Dann gilt:

$$q_{cs2}(\vec{r}_1) = f_{s2}(\vec{r}_1)\, q_c(\vec{r}_1) \qquad (2.3.13)$$

$q_{cs2}(\vec{r}_1)$ beschreibt die Anzahl derjenigen Streuquanten, die durch vom Ort $\vec{r}_1$ ausgesandte Gammaquanten 2, zu denen ein koinzidentes Gammaquant 1 existiert, im Volumen V_s erzeugt werden. $q_{cs2}(\vec{r}_1)$ beschreibt somit die Koinzidenzquellstärke am Ort $\vec{r}_1$ bezüglich der Koinzidenzen zwischen der typischen Gammastrahlung 1 und der Streustrahlung s2. Die Anzahl Q_{cs2} der insgesamt auftretenden Koinzidenzen zwischen der typischen Gammstrahlung und der Streustrahlung beträgt dann:

$$Q_{cs2} = \int_V f_{s2}(\vec{r}_1)\, D_c(\vec{r}_1)\, dV = \int_V D_{cs2}(\vec{r}_1)\, dV \qquad (2.3.14)$$

Um die Anzahl derjenigen koinzidenten Paare angeben zu können, die von der Detektoranordnung nachgewiesen werden, soll der differentielle absolute Wirkungsgrad $e_s(\vec{r}_1)$ eingeführt werden. Er gibt die Wahrscheinlichkeit dafür an, daß Streuquanten, die durch vom Ort $\vec{r}_1$ ausgesendete typische Gammastrahlung in dem Volumen V_s erzeugt werden, von einem Detektor nachgewiesen werden.

$$e_s = \frac{\int_V D(\vec{r}_1)\, f_s(\vec{r}_1)\, e_s(\vec{r}_1)\, dV}{\int_V D(\vec{r}_1)\, f_s(\vec{r}_1)\, dV} = \frac{Q_{sw}}{Q_s} \qquad (2.3.15)$$

e_s entspricht dann dem im Kapitel 1.8 eingeführten absoluten Wirkungsgrad

einer einfachen Detektoranordnung für Streustrahlung. Wegen der Gleichung (2.1.4) gilt aber auch:

$$e_{s2} = \frac{Q_{s2w}}{Q_{s2}} = \frac{Q_{cs2w}}{Q_{cs2}} \qquad (2.3.16)$$

Es soll darauf hingewiesen werden, daß der so definierte differentielle Wirkungsgrad $e_s(\mathcal{M}_1)$ bereits das Mittel über alle Streuorte $\mathcal{M}_2$ in V_s darstellt, d.h. daß dieser Wirkungsgrad bereits den in dem Kapitel 2.3.1 eingeführten Korrekturfaktor k_v enthält.

Da für die Streustrahlung ein differentieller absoluter Wirkungsgrad angegeben wird, d.h. die Wahrscheinlichkeit dafür, daß ein in den Raum 4π emittiertes Streuquant von einem Detektor nachgewiesen wird, kann man sich darauf beschränken, den koinzidenten Strahlungsfluß in einen infinitissimalen Raumwinkel $d\Omega_1$ anzugeben. $\mathcal{M}_1$ bezeichnet dann wieder die Ausbreitungsrichtung der typischen Gammastrahlung 1 vom Ort $\mathcal{M}_1$ in diesen Raumwinkel.

$$q_{cs}(\mathcal{M}_1, \mathcal{M}_1) = \frac{D_{cs}(\mathcal{M}_1)}{4\pi}\, d\Omega_1\, dV \qquad (2.3.17)$$

$e'_{r1}(\mathcal{M}_1, \mathcal{M}_1)$ sei wieder der differentielle relative Wirkungsgrad des Detektors D' für die Strahlung 1. In $d\Omega_1$ und 4π werden dann

$$q_{cw}(\mathcal{M}_1, \mathcal{M}_1) = \frac{D_{cs}(\mathcal{M}_1)}{4\pi}\, e''_{s2}(\mathcal{M}_1)\, \varepsilon'_{r1}(\mathcal{M}_1, \mathcal{M}_1)\, d\Omega_1\, dV \qquad (2.3.18)$$

Koinzidenzen nachgewiesen.

Die Integration dieser Gleichung über alle Richtungen in $\Omega'_g(\mathcal{M}_1)$ und alle Orte $\mathcal{M}_1$ in V ergibt dann die Anzahl Q_{cw} aller nachgewiesenen Koinzidenzen zwischen der typischen Gammastrahlung 1 und der Streustrahlung s2.

$$Q_{cw} = \int_V \frac{D_{cs}(\mathcal{M}_1)}{4\pi}\, e''_{s2}(\mathcal{M}_1) \int_{\Omega'_g(\mathcal{M}_1)} e'_{r1}(\mathcal{M}_1, \mathcal{M}_1)\, d\Omega_1\, dV \qquad (2.3.19)$$

Bezieht man die Anzahl Q_{cw} der nachgewiesenen Koinzidenzen auf die Koinzidenzquellstärke Q_c der Quelle für die beiden typischen Gammastrahlungen 1 und 2, so ergibt sich der absolute Koinzidenzwirkungsgrad zu:

$$e_{c1s2} = \frac{Q_{cw}}{Q_{cs}} \frac{Q_{cs}}{Q_c} = k_q \, e'_1 \, e''_{s2} \, f_{s2} \qquad (2.3.20)$$

Sind beide Detektoren für beide Strahlungen empfindlich, so ergibt sich für den absoluten Koinzidenzwirkungsgrad e_c:

$$e_c = k_q \, f_{s2} \, (e'_1 \, e''_{s2} + e''_1 \, e'_{s2}) \qquad (2.3.21)$$

2.3.3 Koinzidenzen zwischen zwei Streustrahlungen

Sendet eine Quelle zwei koinzidente typische Gammastrahlungen aus, so wird auch ein Teil der durch die typischen Strahlungen erzeugten Streuquanten koinzident auftreten.

Betrachtet man einen Ort $\mathcal{M}_o$ im Quellvolumen V, so gilt für die Anzahl der koinzident von diesem Ort ausgesendeten Gammaquantenpaare die Gleichung (2.3.12):

$$q_{c1}(\mathcal{M}_o) = q_{c2}(\mathcal{M}_o) = q_c(\mathcal{M}_o) = D_c(\mathcal{M}_o) \, dV$$

Durch die vom Ort $\mathcal{M}_o$ ausgehende Gammastrahlung 1 werden, entsprechend Gleichung (2.3.13) in dem Volumen V_s

$$q_{cs1}(\mathcal{M}_o) = f_{s1}(\mathcal{M}_o) \, q_c(\mathcal{M}_o) = f_{s1}(\mathcal{M}_o) \, D_c(\mathcal{M}_o) \, dV \qquad (2.3.22)$$

Streuquanten der Streustrahlung s1 erzeugt, zu denen jeweils ein koinzidentes Gammaquant der Strahlung 2 existiert. Die Anzahl $q_{cs1}(\mathcal{M}_o)$ beschreibt gleichzeitig die Anzahl derjenigen Gammaquanten 2, deren Streuung im Volumen V_s zu einem koinzidenten Streuquantenpaar führen kann. Die Anzahl $q_{cs}(\mathcal{M}_o)$ der durch die am Ort entstehenden typischen Gammastrahlungen in V_s erzeugten koinzidenten Streuquantenpaare beträgt demnach:

$$q_{cs}(\mathcal{M}_o) = q_{cs1}(\mathcal{M}_o) \, f_{s2}(\mathcal{M}_o) = f_{s1}(\mathcal{M}_o) \, f_{s2}(\mathcal{M}_o) \, D_c(\mathcal{M}_o) \, dV \qquad (2.3.23)$$

Die Integration dieser Gleichung ergibt die Koinzidenzquellstärke des Volumens V_s bezüglich der koinzidenten Streuquantenpaare.

$$Q_{cs} = \int_V f_{s1}(\mathcal{M}_o)\, f_{s2}(\mathcal{M}_o)\, D_c(\mathcal{M}_o)\, dV = \int_V D_{cs}(\mathcal{M}_o)\, dV \qquad (2.3.24)$$

$D_{cs}(\mathcal{M}_o)$ gibt die Quelldichteverteilung derjenigen koinzidenten $\gamma_1 - \gamma_2$-Paare an, die in dem Volumen V_s ein koinzidentes Streuquantenpaar erzeugen. Die Streuung der typischen Gammaquanten findet an zwei verschiedenen Orten $\mathcal{M}_1$ und $\mathcal{M}_2$ in dem Volumen V_s statt.

Die Anzahl Q_{cw} der nachgewiesenen Koinzidenzen ergibt sich, wenn man wieder den in Gleichung (2.3.15) eingeführten differentiellen absoluten Wirkungsgrad eines Detektors für die Streustrahlung verwendet, zu:

$$Q_{cw} = \int_V D_{cs}(\mathcal{M}_o)\, e'_{s1}(\mathcal{M}_o)\, e''_{s2}(\mathcal{M}_o)\, dV \qquad (2.3.25)$$

Der absolute Koinzidenzwirkungsrad e_{cs1s2} einer Detektoranordnung für koinzidente Streustrahlung bezogen auf die Koinzidenzquellstärke Q_c der Quelle bezüglich der typischen Gammastrahlungen ergibt sich dann zu:

$$e_{cs1s2} = \frac{Q_{cw}}{Q_c} = \frac{\int_V D_c(\mathcal{M}_o)(f_{s1}(\mathcal{M}_o)e'_{s1}(\mathcal{M}_o))(f_{s2}(\mathcal{M}_o)e''_{s2}(\mathcal{M}_o))\, dV}{Q_c} \qquad (2.3.26)$$

Auf diese Gleichung kann man die im Kapitel 2.2.1 beschriebenen Überlegungen anwenden, wenn man das Produkt aus dem Streufaktor und dem Wirkungsgrad zu einer Einheit zusammenfaßt und es gilt dann:

$$e_{cs1s2} = k_{qs}\, f_{s1}\, e'_{s1}\, f_{s2}\, e''_{s2} \qquad (2.3.27)$$

Der Korrekturfaktor k_{qs} entspricht sinngemäß dem in Gleichung (2.2.11) definierten Korrekturfaktor k_q. Der zusätzliche Index s soll darauf hinweisen, daß es sich hierbei um den Einfluß der Quellgeometrie auf den Nachweis von Streuquanten handelt und in diesem Korrekturfaktor noch der Einfluß dieser Geometrie auf die Koinzidenzquellstärke Q_{cs} berücksichtigt ist (cf. Gleichung (2.3.24).

Sind beide Detektoren für beide Streustrahlungen empfindlich, was im allgemeinen der Fall ist, so gilt:

$$e_c = f_{s1}\, f_{s2}\, k_{qs}\, (\varepsilon'_{s1}\, \varepsilon''_{s2} + \varepsilon''_{s1}\, \varepsilon'_{s2}) \qquad (2.3.28)$$

2.3.4 Koinzidenzen zwischen der Vernichtungsstrahlung und der durch die Vernichtungsstrahlung hervorgerufenen Streustrahlung

Im Kapitel 2.3.2 ist der absolute Koinzidenzwirkungsgrad einer Detektoranordnung für typische Gammastrahlung und Streustrahlung abgeleitet worden. Dabei wurde davon ausgegangen, daß die beiden Gammastrahlungen nicht richtungskorreliert sind. Betrachtet man nun einen reinen β^+-Strahler mit der Quelldichte Q_{β^+}, so ist die durch die Vernichtung eines β^+-Teilchens entstehende Vernichtungsstrahlung streng 180° richtungskorreliert (2.2.23). Die Gesamtheit aller Orte, an denen Vernichtungsstrahlung entstehen kann, ist durch das Volumen V_V (2.2.21) gegeben. Die Quelldichtefunktion beträgt $D_c(\mathfrak{M}_o)$, $\mathfrak{M}_o$ bezeichnet hierbei wieder einen Ort im Volumen V_V. Der koinzidente Strahlungsfluß der Vernichtungsstrahlung in zwei infinitissimale Raumwinkel beträgt nach Gleichung (2.2.23):

$$q_c(\mathfrak{M}_o, \mathfrak{M}, -\mathfrak{M}) = \frac{D_c(\mathfrak{M}_o)}{4\pi}\, d\Omega\, dV_V \equiv q_c(\mathfrak{M}_o, \mathfrak{M})$$

Nimmt man zunächst einmal an, daß nur der Detektor D' für die direkten Wechselwirkungen mit der Vernichtungsstrahlung empfindlich sei, so kann nur dann eine Wechselwirkung mit einem Vernichtungsquant stattfinden, wenn seine Ausbreitungsrichtung $\mathfrak{M}$ aus $\Omega'_g(\mathfrak{M}_o)$ ist. Das dazu koinzidente Vernichtungsquant wird dann mit der Richtung $-\mathfrak{M}$ ausgesendet, d.h. daß im Gegensatz zu der nicht richtungskorrelierten Strahlung in diesem Fall nicht das gesamte Absorbervolumen V_s zur Streuung zur Verfügung steht. Eine Streuung kann nur längs der Ausbreitungsrichtung $-\mathfrak{M}$ in dem Absorber erfolgen.

Bezeichnet man mit $s(\mathfrak{M}_o, -\mathfrak{M})$ diejenige Strecke, die insgesamt zur Streuung zur Verfügung steht, d.h. diejenige Strecke, die ein Quant mit der Ausbreitungsrichtung $-\mathfrak{M}$ maximal in dem Absorber zurückzulegen hat, so beträgt die infinitissimale Fläche am Austrittsort aus dem Absorber nach Gleichung (1.2.10):

$$do = (s(\mathfrak{M}_o, -\mathfrak{M}))^2\, d\Omega \qquad (2.3.29)$$

Das Streuvolumen $\overline{V}'_s(\mathfrak{M}_o)$, das allen vom Ort $\mathfrak{M}_o$ ausgesendeten Vernichtungs-

quanten zur Verfügung steht, deren koinzidentes Vernichtungsquant den Detektor D' geometrisch trifft, erhält man durch Integration aller infinitissimalen Kegel mit der Höhe $s(\mathcal{N}_o,-\mathcal{N})$ und der Grundfläche do.

$$\bar{V}'_s(\mathcal{N}_o) = \frac{1}{3} \int_{\Omega'_g(\mathcal{N}_o)} (s(\mathcal{N}_o,-\mathcal{N}))^3 \, d\Omega \qquad (2.3.30)$$

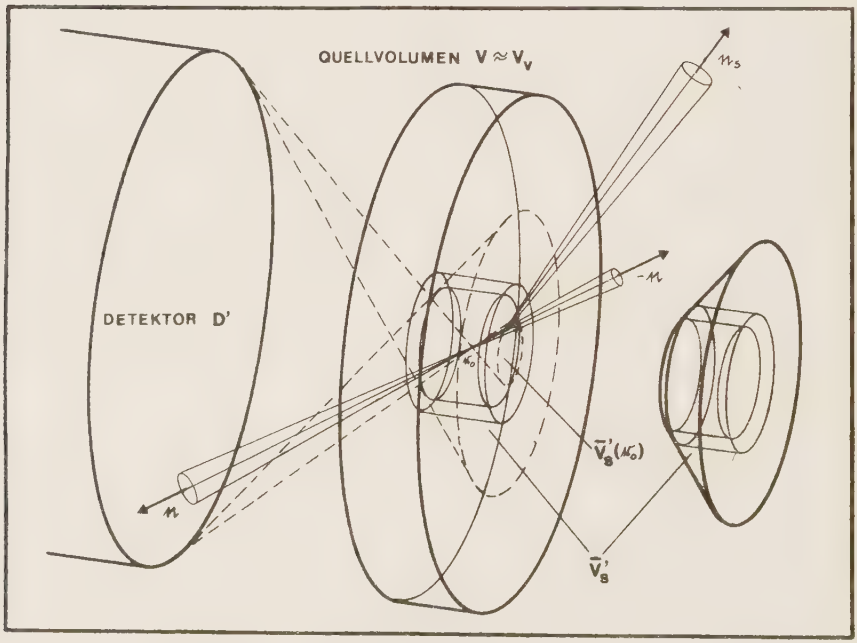


Abbildung 4 Definition des effektiven Streuvolumens $\bar{V}'_s$

Dieses Streuvolumen ist in Abbildung 4 dargestellt; es wird durch denjenigen Kegel beschrieben, dessen Spitze durch den Entstehungsort $\mathcal{N}_o$ gegeben ist. Die Vereinigung aller dieser Kegel für alle $\mathcal{N}_o$ aus V_v ergibt dann das gesamte effektive Streuvolumen $\bar{V}'_s$. Dieses Volumen ist in der Abbildung 4 nocheinmal getrennt dargestellt.

Wie man in der Abbildung erkennen kann, ist das Volumen $\bar{V}'_s$ eine Funktion des Quellabstandes und der Abmessungen des Detektors D' und der Quelle und somit eine Funktion des Geometriefaktors f'_g. Die Indizierung des effektiven

Streuvolumens $\bar{V}_s$ mit ' oder " richtet sich nach der Indizierung desjenigen Geometriefaktors, durch den das effektive Streuvolumen definiert wird.

Es soll darauf hingewiesen werden, daß auch außerhalb des effektiven Streuvolumens $\bar{V}'_s$ Streuquanten in dem Absorbervolumen V_s erzeugt werden. Diese Streuquanten sind jedoch für die hier anzustellenden Überlegungen unerheblich, da das zu diesen Streuquanten koinzidente ungestreute Vernichtungsquant nicht durch den Detektor D' nachgewiesen werden kann. Im Folgenden sollen diejenigen Größen, die sich auf das effektive Streuvolumen $\bar{V}'_s$ beziehen, durch einen Querstrich über dem Symbol gekennzeichnet werden.

Bezeichnet man mit $f_s(\mathcal{M}_o, -\mathcal{M})$ den Streufaktor der Anordnung längs der Strekke $s(\mathcal{M}_o, -\mathcal{M})$, so ergibt sich die Anzahl $q_{cs}(\mathcal{M}_o, \mathcal{M})$ derjenigen Vernichtungsquanten-Streuquanten-Paare, die durch die vom Ort $\mathcal{M}_o$ mit der Richtung $\mathcal{M}$ bzw. $-\mathcal{M}$ ausgesendeten Vernichtungsstrahlung erzeugt werden, zu:

$$q_{cs}(\mathcal{M}_o, \mathcal{M}) = 2 \frac{D_c(\mathcal{M}_o)}{4\pi} f_s(\mathcal{M}_o, -\mathcal{M})\, d\Omega\, dV_v \qquad (2.3.31)$$

Integriert man diese Gleichung über alle Entstehungsorte in V_v und alle Ausbreitungsrichtungen in $\Omega'_g(\mathcal{M}_o)$, so erhält man die Anzahl $\bar{Q}_{cs}$ aller derjenigen Vernichtungsquanten-Streuquanten-Paare, die in dem effektiven Streuvolumen $\bar{V}'_s$ erzeugt werden, d.h. die Anzahl aller koinzidenten Paare, deren Vernichtungsquant eine direkte Wechselwirkung mit dem Detektor D' haben kann.

$$\bar{Q}_{cs} = 2 \int_{V_v} \frac{D_c(\mathcal{M}_o)}{4\pi} \int_{\Omega'_g(\mathcal{M}_o)} f_s(\mathcal{M}_o, -\mathcal{M})\, d\Omega\, dV_v = 2 \int_{V_v} \frac{D_{cs}(\mathcal{M}_o)}{4\pi}\, dV_v \qquad (2.3.32)$$

Die Koinzidenzquelldichtefunktion $\bar{D}_{cs}(\mathcal{M}_o)$ gibt wieder die Anzahl $\bar{q}_{cs}(\mathcal{M}_o)$ der vom Ort $\mathcal{M}_o$ im Streuvolumen $\bar{V}'_s(\mathcal{M}_o)$ erzeugten Vernichtungsquanten-Streuquanten-Paare an. Gleichzeitig gibt $\bar{Q}_{cs}$ die Anzahl $\bar{Q}_s$ der in $\bar{V}'_s$ erzeugten Streuquanten an. Dividiert man die Anzahl $\bar{Q}_s$ der Streuquanten durch die Anzahl $Q = 2\, Q_{\beta^+}$ der insgesamt von der Quelle emittierten Vernichtungsquanten, so erhält man den absoluten Streufaktor $\bar{f}'_s$ bezüglich des Streuvolumens $\bar{V}'_s$.

$$\bar{f}'_s = \frac{\bar{Q}_s}{Q} = \frac{\bar{Q}_s}{f'_g\, Q} \frac{f'_g\, Q}{Q} = \bar{f}'_{sr}\, f'_g \qquad (2.3.33)$$

$\bar{f}'_{sr}$ beschreibt den relativen Streufaktor des Volumens $\bar{V}'_s$, er gibt die Wahrscheinlichkeit dafür an, daß ein Vernichtungsquant, dessen koinzidentes Quant eine direkte Wechselwirkung mit dem Detektor D' haben kann, in dem effektiven Streuvolumen $\bar{V}'_s$ gestreut wird.

Bezeichnet man mit $e''_s(\mathcal{M}_o, -\mathcal{M})$ den infinitissimalen absoluten Wirkungsgrad des Detektors D" für die längs der Strecke $s(\mathcal{M}_o, -\mathcal{M})$ entstehende Streustrahlung, so ergibt sich der absolute Wirkungsgrad $\bar{e}''_s$ des Detektors D" für die im Streuvolumen $\bar{V}'_s$ insgesamt entstehende Streustrahlung entsprechend Gleichung (2.3.15) und (2.3.16) zu:

$$\bar{e}''_s = \frac{2 \int\limits_{V_V} \frac{D_c(\mathcal{M}_o)}{4\pi} \int\limits_{\Omega'_g(\mathcal{M}_o)} f_s(\mathcal{M}_o, -\mathcal{M})\, e''_s(\mathcal{M}_o, -\mathcal{M})\, d\Omega\, dV_V}{2 \int\limits_{V_V} \frac{D_c(\mathcal{M}_o)}{4\pi} \int\limits_{\Omega'_g(\mathcal{M}_o)} f_s(\mathcal{M}_o, -\mathcal{M})\, d\Omega\, dV_V} = \frac{\bar{Q}_{sw}}{\bar{Q}_s} \quad (2.3.34)$$

Es soll nocheinmal darauf hingewiesen werden, daß der so definierte Wirkungsgrad wieder das Mittel über alle Streuorte in $\bar{V}'_s$ darstellt und somit auch hier wieder der Korrekturfaktor k_V bereits enthalten ist.

Der relative Wirkungsgrad des Detektors D' für die ungestreute Vernichtungsstrahlung, die vom Ort $\mathcal{M}_o$ mit der Richtung $\mathcal{M}$ ausgesendet wird, beträgt nach (1.6.1) $e'_r(\mathcal{M}_o, \mathcal{M})$. Die Anzahl $q_{csw}(\mathcal{M}_o, \mathcal{M})$ der nachgewiesenen Koinzidenzen beträgt dann:

$$q_{csw}(\mathcal{M}_o, \mathcal{M}) = 2 \frac{D_c(\mathcal{M}_o)}{4\pi} f_s(\mathcal{M}_o, -\mathcal{M})\, e''_s(\mathcal{M}_o, -\mathcal{M})\, e'_r(\mathcal{M}_o, \mathcal{M})\, d\Omega\, dV_V \quad (2.3.35)$$

Die Integration dieser Gleichung über alle Entstehungsorte in V_V und alle Ausbreitungsrichtungen in $\Omega'_g(\mathcal{M}_o)$ ergibt die Anzahl $\bar{Q}_{cw}$ der insgesamt nachgewiesenen Koinzidenzen zwischen den Vernichtungsquanten und den durch die Vernichtungsstrahlung in $\bar{V}'_s$ erzeugten Streuquanten.

$$\bar{Q}_{cw} = 2 \int\limits_{V_V} \frac{D_c(\mathcal{M}_o)}{4\pi} \int\limits_{\Omega'_g(\mathcal{M}_o)} f_s(\mathcal{M}_o, -\mathcal{M})\, e''_s(\mathcal{M}_o, -\mathcal{M})\, e'_r(\mathcal{M}_o, \mathcal{M})\, d\Omega\, dV_V \quad (2.3.36)$$

Bezieht man die Anzahl $\bar{Q}_{cw}$ der nachgewiesenen Koinzidenzen auf die Koinzi-

denzquellstärke Q_c, so ergibt sich der absolute Koinzidenzwirkungsgrad e_{cs}, unter Verwendung der Gleichungen (2.2.11), (2.3.33) und (2.3.34), zu:

$$e_{cs} = \frac{\bar{Q}_{cw}}{Q_c} = \frac{\bar{Q}_{cw}}{Q_{sw}} \frac{\bar{Q}_{sw}}{Q_{cs}} \frac{\bar{Q}_{cs}}{Q_c} = \tag{2.3.37}$$

$$= 2\, \hat{e}'_r\, \bar{e}''_s\, \bar{f}'_{sr}\, f'_g = 2\, \hat{e}'\, \bar{e}''_s\, \bar{f}'_{sr} = 2\, k_q\, e'\, \bar{e}''_s \frac{\bar{f}'_s}{f'_g}$$

Da bei der Vernichtungsstrahlung beide Detektoren, sowohl für die Vernichtungsstrahlung, als auch für die Streustrahlung der Vernichtungsstrahlung, empfindlich sind, ergibt sich der gesamte Koinzidenzwirkungsgrad e_c zu:

$$e_c = 2\, k_q \left(e'\, \bar{e}''_s \frac{\bar{f}'_s}{f'_g} + e''\, \bar{e}'_s \frac{\bar{f}''_s}{f''_g} \right) \tag{2.3.38}$$

2.3.5 Koinzidenzen zwischen zwei durch die Vernichtungsstrahlung hervorgerufenen Streustrahlungen

Auch bei dem Nachweis von koinzidenter Streustrahlung, die durch die beiden Vernichtungsquanten hervorgerufen wird, macht sich die Richtungskorrelation der Vernichtungsstrahlung stark bemerkbar. Zur Streuung steht in diesem Fall das gesamte Absorbervolumen V_s zur Verfügung, da keine direkten Wechselwirkungen eines der beiden Detektoren mit der Vernichtungsstrahlung gefordert werden. Die Koinzidenzquellstärke betrage wieder Q_c, das Quellvolumen V_v.

Bezeichnet man wieder mit $s(\mathfrak{N}_o, \mathfrak{M})$ diejenige Strecke, die ein vom Ort $\mathfrak{N}_o$ des Quellvolumens mit der Ausbreitungsrichtung $\mathfrak{M}$ ausgesendetes Gammaquant in dem Absorbervolumen V_s zurückzulegen hat und mit $f_s(\mathfrak{N}_o, \mathfrak{M})$ den zugehörigen Streufaktor längs der Ausbreitungsrichtung, so ergibt sich die Anzahl $q_{cs}(\mathfrak{N}_o, \mathfrak{M})$ der erzeugten koinzidenten Streuquantenpaare zu:

$$q_{cs}(\mathfrak{N}_o, \mathfrak{M}) = \frac{D_c(\mathfrak{N}_o)}{4\pi} f_s(\mathfrak{N}_o, \mathfrak{M})\, f_s(\mathfrak{N}_o, -\mathfrak{M})\, d\Omega\, dV_v \tag{2.3.39}$$

$$= \frac{D_c(\mathfrak{N}_o)}{4\pi} f_{sc}(\mathfrak{N}_o, \mathfrak{M})\, d\Omega\, dV_c$$

Die beiden Vernichtungsquanten sind in ihren Ausbreitungsrichtungen gekoppelt, insofern erscheint es sinnvoll, mit $f_{sc}(\mathfrak{N}_o, \mathfrak{M})$ die Wahrscheinlichkeit

dafür anzugeben, daß durch vom Ort $\mathcal{M}_o$ mit den Ausbreitungsrichtungen $\mathcal{M}$ und $-\mathcal{M}$ ausgehende Vernichtungsstrahlung koinzidente Streuquantenpaare erzeugt werden. Integriert man diese Gleichung über alle Entstehungsorte in V_V und alle Ausbreitungsrichtungen in 4π, so erhält man die Anzahl Q_{cs} der insgesamt durch die Vernichtungsstrahlung in dem Volumen V_s erzeugten koinzidenten Streuquantenpaare.

$$Q_{cs} = \int_{V_V} \frac{D_c(\mathcal{M}_o)}{4\pi} \int_{4\pi} f_{sc}(\mathcal{M}_o, \mathcal{M})\, d\Omega\, dV_V = f_{sc}\, Q_c \qquad (2.3.40)$$

f_{sc} beschreibt hierbei die Wahrscheinlichkeit dafür, daß durch die Vernichtungsstrahlung mit der Koinzidenzquellstärke Q_c koinzidente Streuquantenpaare in dem Absorbervolumen V_s erzeugt werden.

$e_s(\mathcal{M}_o, \mathcal{M})$ beschreibe weiterhin wieder den infinitissimalen absoluten Wirkungsgrad eines Detektors für die, durch vom Ort $\mathcal{M}_o$ mit der Ausbreitungsrichtung $\mathcal{M}$ ausgesandte Vernichtungsstrahlung, erzeugte Streustrahlung. Die Anzahl $q_{csw}(\mathcal{M}_o, \mathcal{M})$ der nachgewiesenen Koinzidenzen ergibt sich wieder zu:

$$q_{csw}(\mathcal{M}_o, \mathcal{M}) = q_{cs}(\mathcal{M}_o, \mathcal{M})(e'_s(\mathcal{M}_o, \mathcal{M})\, e''_s(\mathcal{M}_o, -\mathcal{M}) + e''_s(\mathcal{M}_o, \mathcal{M})\, e'_s(\mathcal{M}_o, -\mathcal{M})) =$$

$$= 2\, q_{cs}(\mathcal{M}_o, \mathcal{M})\, e_{csv}(\mathcal{M}_o, \mathcal{M}) \qquad (2.3.41)$$

Die Integration dieser Gleichung über alle Entstehungsorte in V_V und alle Ausbreitungsrichtungen in 4π ergibt dann die Anzahl Q_{cw} aller nachgewiesenen Koinzidenzen zwischen zwei Streuquanten der Vernichtungsstrahlung.

$$Q_{cw} = 2 \int_{V_V} \frac{D_c(\mathcal{M}_o)}{4\pi} \int_{4\pi} f_{sc}(\mathcal{M}_o, \mathcal{M})\, e_{csv}(\mathcal{M}_o, \mathcal{M})\, d\Omega\, dV_V \qquad (2.3.42)$$

Bezieht man die Anzahl der nachgewiesenen Koinzidenzen auf die Koinzidenzquellstärke Q_c bezüglich der Vernichtungsstrahlung, so ergibt sich der absolute Koinzidenzwirkungsgrad e_c zu:

$$e_c = \frac{Q_{cw}}{Q_c} = \frac{Q_{cw}\, Q_{cs}}{Q_{cs}\, Q_c} = 2\, e_{csv}\, f_{sc} \qquad (2.3.43)$$

2.4 Numerische Abschätzung des geometrischen Korrekturfaktors

Um einen Überblick über die Größenordnung des geometrischen Korrekturfaktors k_q zu erhalten, wurde ausgehend von dem später beschriebenen Monte-Carlo-Programm ECBETA das Programm ECGAMA geschrieben, das es erlaubt, den Koinzidenzwirkungsgrad e_{c12} und die absoluten Wirkungsgrade e_1' und e_2'' einer Detektoranordnung für zwei nicht richtungskorrelierte Gammastrahlungen 1 und 2 zu berechnen. Mit diesen Werten läßt sich dann nach Gleichung (2.2.11) der geometrische Korrekturfaktor k_q berechnen.

$$k_q = \frac{e_{c12}}{e_1' \; e_2''} \qquad (2.4.1)$$

In der Tabelle 1 sind einige k_q-Werte für eine flächenförmige Quelle mit dem Radius r_q = 3.81 cm für einen Quellenabstand von d = 1.39 cm zusammengestellt. Der Radius r_D der zylindrischen Detektoren beträgt ebenfalls 3.81 cm. Die Auswahl der Nuklide erfolgte nach den von W a h l g r e n [15])

Tabelle 1 Zusammenstellung einiger k_q-Werte

Nuklid	$\frac{E_{\gamma_1}}{MeV}$	$\frac{E_{\gamma_2}}{MeV}$	k_q
Ac-228	0.129	0.210	1.043
Se- 75	0.136	0.265	1.041
In-117	0.157	0.553	1.035
Eu-152m	0.122	0.842	1.033
Ag-108	0.434	0.619	1.029
Ru-105	0.047	0.317	1.028
As- 76	0.559	0.657	1.027
Br- 82	0.554	0.619	1.027
Na- 22	0.511	1.275	1.025
Sc- 46	0.889	1.121	1.024
Co- 60	1.173	1.332	1.023
Mn- 56	0.847	1.811	1.023
Ga- 72	0.834	2.202	1.022
Na- 24	1.369	2.754	1.021

berechneten Koinzidenznachweisempfindlichkeiten. Die Gammaenergien der koinzidenten Kaskaden wurden dem von E r d t m a n n und S o y k a [16] veröffentlichten Katalog "Gammalinien der Radioisotope" entnommen. Die verwendeten Gesamtwechselwirkungsquerschnitte μ wurden durch Interpolation aus den Tabellen von G r o d s t e i n [17] bestimmt. Der statistische Fehler der berechneten Werte beträgt ca. 0.3%.

Wie man erkennen kann, hängt der Betrag des Korrekturfaktors k_q nicht nur von den geometrischen Gegebenheiten einer Detektoranordnung ab, sondern auch von den Gammaenergien der koinzident ausgesendeten Gammastrahlungen.

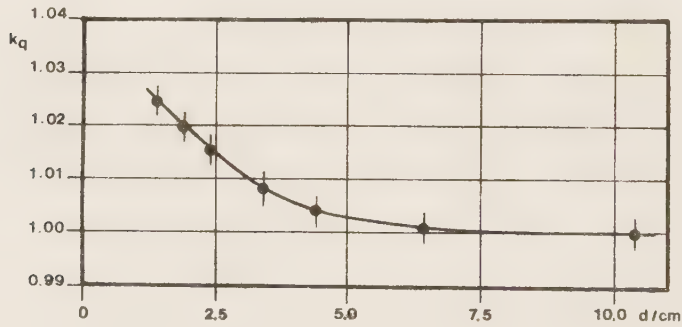


Abbildung 5 Der Korrekturfaktor k_q als Funktion des Quellenabstandes d
$k_q = f(d)$ mit $r_q = r_D$

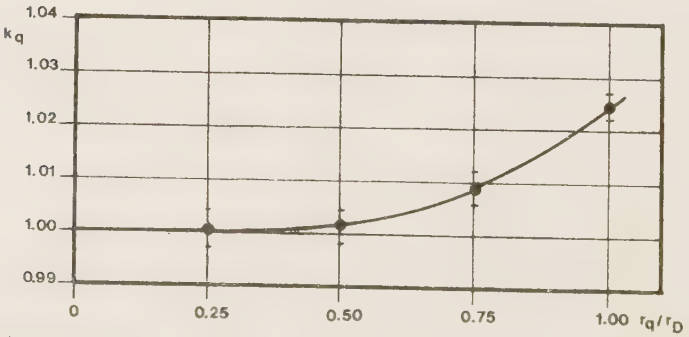


Abbildung 6 Der Korrekturfaktor k_q als Funktion des Quellenradius r_q
$k_q = f(r_q/r_D)$ mit d = 1.39 cm

Die Abbildung 5 stellt den Zusammenhang zwischen dem Betrag des Korrekturfaktors k_q und dem Quellenabstand d, die Abbildung 6 den Zusammenhang zwischen k_q und dem Quotienten aus dem Radius r_q der Quelle und dem Radius r_D des Detektors für das Nuklid Na-22 graphisch dar.

Zusammenfassend kann man sagen, daß man die geometrische Korrektur k_q nur dann zu berücksichtigen braucht, wenn der Quellenabstand d gering ist, die Gammaenergien der betrachteten Kaskade klein sind und der Radius der Quelle dem Radius des Detektors vergleichbar wird.

Insbesondere kann bei dieser Arbeit, bei der die Quellen maximal Radien von 0.6 cm haben, der geometrische Korrekturfaktor k_q vernachlässigt werden.

3 Das Impulshöhenspektrum

3.1 Der Zusammenhang zwischen der Anzahl der Wechselwirkungen in einem Detektor und der Anzahl der registrierbaren Impulse

Der absolute Wirkungsgrad e einer Detektoranordnung beschreibt den Zusammenhang zwischen der Quellstärke Q einer Quelle und der Anzahl Q_w der im empfindlichen Volumen des Detektors stattfindenden Wechselwirkungen. Ob eine Wechselwirkung im Detektor auch einen Impuls in der dem Detektor nachgeschalteten Elektronik zur Folge hat, hängt von der Güte des Detektors und der Elektronik ab. Bezeichnet man die Anzahl der in der Zeiteinheit maximal registrierbaren Impulse mit R_T, so gilt für den Zusammenhang zwischen Q_w und R_T:

$$\frac{R_T}{Q_w} = f_i \leq 1 \qquad (3.1.1)$$

f_i nennt man den Gütefaktor einer Meßanordnung, er hängt von der Art des Detektors, der Art der zu registrierenden Strahlung und deren Quellstärke ab. Bei einem NaJ(Tl)-Detektor beschreibt der Gütefaktor f_i unter anderem folgende Effekte:

a. Verluste, die dadurch auftreten, daß die bei einer Wechselwirkung an den Detektor abgegebene Energie nicht ausreicht, um in dem Szintillator die zur Ablösung eines Elektrons aus der Photokathode nötige Lichtmenge zu erzeugen.

b. Verluste, die durch die Lichtabsorption im Detektorkristall bedingt sind.

c. Verluste, die durch die endliche Zeitauflösung des Detektorkristalls und des Photomultipliers bedingt sind.

d. Zusätzliche Impulse, die durch die zufällige Ablösung eines Elektrons aus der Photokathode, dem sogenannten Rauschen, ausgelöst werden.

Für die weiteren Überlegungen soll dieser instrumentelle Gütefaktor zunächst vernachlässigt werden ($f_i = 1$) und es gilt dann für den Zusammenhang zwischen der Quellstärke Q und der Anzahl der maximal registrierbaren Impulse:

$$R_T = e\,Q = e\,\nu\,A \qquad (3.1.2)$$

3.2 Das experimentelle Impulshöhenspektrum einer monoenergetischen Gammaquelle und das Peak/Total-Verhältnis

Verwendet man zum Nachweis von Gammastrahlungen energiediskriminierende Detektoren (z.B. NaJ(Tl)- oder GeLi-Detektoren), so ist die Impulshöhe am Ausgang des Detektors proportional zu der bei der den Impuls verursachenden Wechselwirkung an den Detektor abgegebenen Energie. Registriert man diese Impulse mit einem Impulshöhenanalysator, so erhält man ein Spektrum, das nicht nur die Anzahl der Impulse angibt, sondern auch die jeweils an den Detektor abgegebene Energie beschreibt.

Die Gammastrahlung kann durch den Detektor vollständig absorbiert werden. Die Absorption muß hierbei nicht notwendigerweise durch einen einzelnen Photoeffekt erfolgen, sondern kann ebenfalls durch eine endliche Zahl von Comptonstreuungen mit einem die Absorption abschließenden Photoeffekt des Streuquants erreicht werden; wegen der dichten zeitlichen Abfolge kann der Detektor diese Einzelprozesse nicht auflösen. Andererseits kann auch nur eine unvollständige Absorption der Gammaenergie durch den Detektor erfolgen.

Bezeichnet man mit R_p die Anzahl der in der Zeiteinheit auftretenden Impulse, die durch vollständige Absorption eines Gammaquants erzeugt werden, so gibt der Quotient aus R_p und R_T das Peak/Total-Verhältnis des Detektors für die jeweilige Gammaenergie an.

$$p = \frac{R_p}{R_T} = \frac{R_p}{e\,Q} = \frac{R_p}{e\,\nu\,A} \qquad (3.2.1)$$

Die Abbildung 7 zeigt das mit einem 3"x3" NaJ(Tl)-Detektor aufgenommene Spektrum einer monoenergetischen Gammaquelle (Cs-137/Ba-137m). Die Fläche unter dem Spektrum entspricht dann der Anzahl N aller Wechselwirkungen mit dem Detektor innerhalb des Meßintervalls Δt. Sieht man von dem Ba-K_α Peak ab, so gilt für die Anzahl der Wechselwirkungen mit dem Detektor:

$$Q_w = e\,Q + e_s\,f_s\,Q = e\,\nu\,A + e_s\,\nu_s\,A = R_T + R_{Ts} \qquad (3.2.2)$$

Hierbei ist berücksichtigt, daß der Detektor sowohl die direkt auftreffenden Gammaquanten, als auch die durch die Gammastrahlung erzeugte Streustrahlung nachweist. Die Anzahl N aller Impulse, die in dem Meßintervall Δt re-

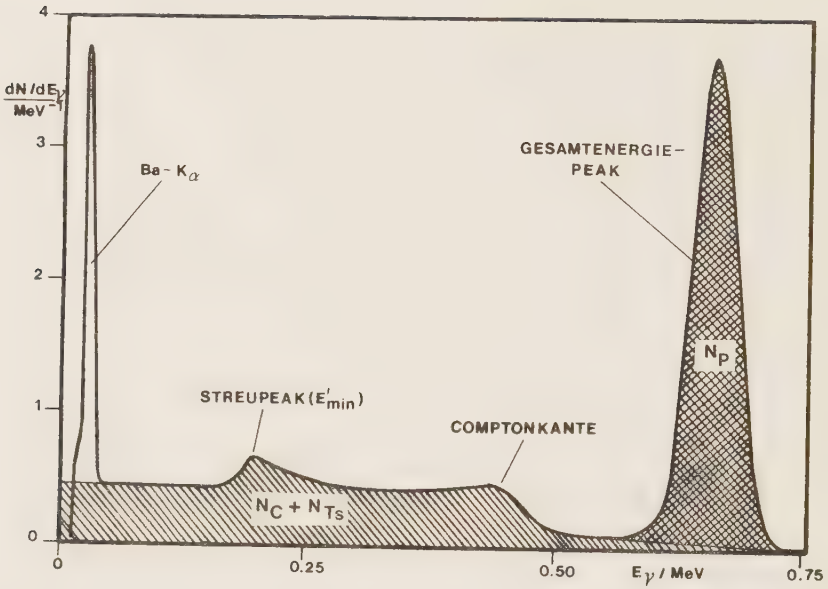


Abbildung 7 Das Impulshöhenspektrum einer monoenergetischen Gammastrahlenquelle (Cs-137/Ba-137m)

gistriert werden, beträgt dann:

$$N = (R_T + R_{Ts})\,\Delta t = N_T + N_{Ts} \qquad (3.2.3)$$

Die in Abbildung 7 schraffierte Fläche entspricht dann der so definierten Impulszahl N, die sich aus der Anzahl N_T derjenigen Impulse, die durch die direkt einfallenden Gammaquanten erzeugt werden und der Anzahl N_{Ts} der Impulse, die durch den Nachweis der Streuquanten entstehen, zusammensetzt.

Die Impulse N_{Ts} werden durch den Nachweis der nicht monoenergetischen Streustrahlung erzeugt. Die Energie E' der Streuquanten hängt von der Energie E_γ der monoenergetischen Strahlung und dem Streuwinkel Θ ab.

$$E' = \frac{E_\gamma}{1 + \alpha(1 - \cos\Theta)} \quad \text{mit} \quad \alpha = \frac{E_\gamma}{m_o c^2} \qquad (3.2.4)$$

Der Energiebereich der Streuquanten wird dann durch die Lösungen dieser Gleichung für $\Theta = 0°$ und $\Theta = 180°$ beschrieben, wenn man nur eine Streuung zuläßt.

$$E'_{min} = \frac{E_\gamma}{1 + 2\alpha} \leq E' \leq E'_{max} = E_\gamma \qquad (3.2.5)$$

Berücksichtigt man weiter, daß bei den Wechselwirkungen von Gammaquanten mit dem Detektor die an das Detektormaterial abgegebene Energie alle Werte zwischen 0 und der Energie des einfallenden Gammaquants annehmen kann, so folgt aus Gleichung (3.2.5), daß die durch die Streuquanten erzeugte Impulshöhenverteilung sich über den gesamten Bereich der durch die monoenergetische Gammastrahlung erzeugte Impulshöhenverteilung erstreckt. Die durch die Streuquanten erzeugte Impulshöhenverteilung ist weitestgehend monoton; eine Ausnahme bildet der durch Streuquanten der Energie E'_{min} erzeugte Streupeak. Insbesondere soll diese Verteilung unter dem Gesamtenergiepeak vereinfachend als linear angenommen werden. Die Streuquanten tragen dann nicht zum Gesamtenergiepeak bei, der in Abbildung 7 durch die doppelt schraffierte Fläche dargestellt ist.

Die Anzahl N_p der Impulse unter dem Gesamtenergiepeak läßt sich unter Verwendung der Gleichungen (3.2.1) und (3.2.3) wie folgt ausdrücken:

$$N_p = p\, e\, \nu\, A\, \Delta t = p\, e\, Q\, \Delta t = p\, N_T \qquad (3.2.6)$$

Die einfach schraffierte Fläche entspricht dann der Summe aus der Anzahl N_{Ts} aller nachgewiesenen Streuquanten und der Anzahl N_C derjenigen direkten Wechselwirkungen, bei denen nicht die gesamte Gammaenergie an den Detektor abgegeben wird. Für die Anzahl N_C der Impulse der sogenannten Comptonverteilung gilt:

$$N_C = N_T - N_p = (1 - p)\, N_T = (1 - p)\, e\, \nu\, A\, \Delta t \qquad (3.2.7)$$

Die endliche Breite des Gesamtenergiepeaks und der anderen Peaks im Spektrum hängt von der statistischen Natur der im Detektor und im Photomultiplier stattfindenden Prozesse ab. Das Maß für den Grad dieser "Verschmierung" ist die Halbwertsbreite b, sie gibt die Breite des Peaks bei halber Höhe an.

4 Beschreibung der Experimente zur Bestimmung des absoluten Koinzidenzwirkungsgrades eines 180°-Koinzidenzspektrometers für die β^+-Vernichtungsstrahlung

4.1 Das Zerfallsschema des Radionuklids Na-22 und die Koinzidenzquellstärke

Die Abbildung 8 zeigt das Zerfallsschema des Radionuklids Na-22 [18]. Ca. 90% der Zerfälle führen unter β^+-Emission und ca. 10% der Zerfälle durch Elektroneneinfang (EC) zu einem angeregten Zustand des stabilen Isotops Ne-22, der 1.2746 MeV über dem Grundzustand liegt. 0.05% der Zerfälle

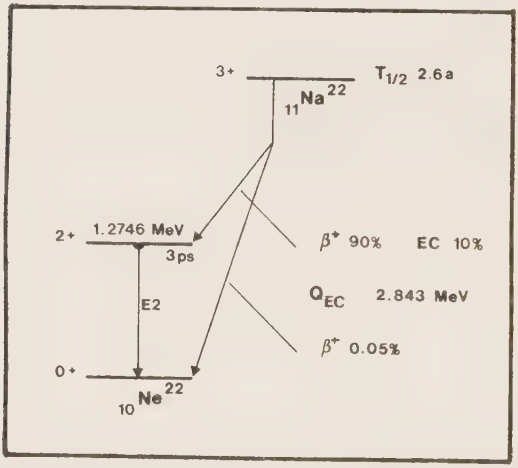


Abbildung 8
Das Zerfallsschema des Radionuklids Na-22

führen unter β^+-Emission unmittelbar zu diesem Grundzustand. Die Halbwertszeit des Na-22 beträgt 2.6 a, die mittlere Lebensdauer des angeregten Zustands beträgt 3 ps. Der Übergang des angeregten Zustandes in den Grundzustand erfolgt unter Aussendung eines typischen Gammaquants der Energie 1.2746 MeV; die Multiplizität dieses Übergangs ist niedrig (E2), die interne Konversion kann daher vernachlässigt werden ($\alpha_K \approx 10^{-4}$) [18].

Bezeichnet man die von der Na-22-Quelle ausgesendete typische Gammastrahlung mit 1, so ergibt sich die Übergangswahrscheinlichkeit ν_1 zu:

$$\nu_1 = 1.000 \pm 0.005 \qquad (4.1.1)$$

Die Koinzidenzquellstärke Q_c einer Na-22-Quelle entspricht der Anzahl der in der Zeiteinheit auftretenden β^+-γ-Paare. V a t a i und V a r g a [19] bestimmten diese Auftrittswahrscheinlichkeit zu:

$$\nu_c = 0.9056 \pm 0.0009 \approx \nu_{\beta^+} \qquad (4.1.2)$$

Die Auftrittswahrscheinlichkeit ν_c entspricht auch näherungsweise der Auftrittswahrscheinlichkeit ν_{β^+}.

Die Koinzidenzquellstärke Q_c ergibt sich damit zu:

$$Q_c = \nu_c A = 0.906 A \qquad (4.1.3)$$

Für die Quellstärke Q_1 der typischen Gammastrahlung gilt:

$$Q_1 = A \qquad (4.1.4)$$

Für die Quellstärke Q_2 der Na-22-Quelle für die Vernichtungsstrahlung erhält man:

$$Q_2 = 2 \nu_{\beta^+} A \approx 1.811 A \qquad (4.1.5)$$

Hierbei ist berücksichtigt worden, daß bei jeder β^+-Vernichtung zwei Vernichtungsquanten entstehen.

4.2 Die Koinzidenzanordnung

4.2.1 Die Anordnung der Quelle und der Detektoren

Will man die Koinzidenzen zwischen den Vernichtungsquanten nachweisen, so muß man die beiden Detektoren und die β^+-Quelle wegen der 180°-Richtungskorrelation der Vernichtungsstrahlung möglichst genau auf einer gemeinsamen Achse ausrichten. In Abbildung 9 ist der prinzipielle Versuchsaufbau dargestellt. Sowohl die beiden Detektoren als auch der Probenhalter sind jeweils auf einen Schlitten montiert. Diese Schlitten stehen mit Einfräsungen zur seitlichen Führung auf zwei Schienen. Der Schlitten für den Probenhalter ist fest mit den Schienen verbunden. Der Abstand der Detektorschlitten und

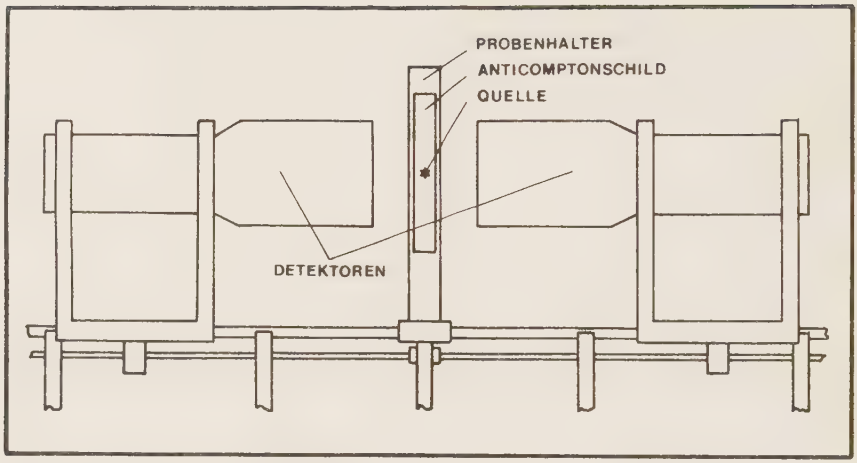


Abbildung 9 Der prinzipielle Aufbau des verwendeten 180°-Koinzidenzspektrometers

somit der Detektoren zu dem Probenhalter läßt sich durch Gewindespindeln einstellen. Der maximal mögliche Abstand zwischen der Quelle und den Detektoren beträgt ca. 25 cm. Die Gewinde der beiden Spindeln sind entgegengesetzt; die Gewindesteigung beträgt (1.25 ± 0.01) mm. Die beiden Spindeln lassen sich durch eine Kupplung starr miteinander verbinden, so daß in diesem Fall der Abstand der Detektoren zur Quelle gleichzeitig um den gleichen Betrag verkleinert oder vergrößert werden kann. Um sowohl die Quelle als auch die beiden Detektoren möglichst genau auf einer gemeinsamen Achse ausrichten zu können - eine Exzentrizität der Quelle hat erhebliche Koinzidenzratenverluste zur Folge [1] - lassen sich die Detektoren und der Probenhalter seitlich und in der Höhe verstellen. Der Probenhalter besteht aus Plexiglas, die Schienen aus V2A-Stahl, die Gewindespindeln und die Gewindeführungen aus Messing, die anderen Teile des Versuchsaufbaus sind aus PVC-Kunststoff gefertigt.

In der Abbildung 10 sind die Abmessungen eines Detektors und des Probenhalters mit dem Anticomptonschild nocheinmal dargestellt. Das Anticomptonschild besteht aus einer Bleischeibe mit einem Durchmesser von 100 mm und einer Stärke von 11 mm. Zur Aufnahme der Probenkapsel mit der Quelle ist in eine zentrische Bohrung von 20.4 mm Durchmesser eine zylindrische Kupferbüchse

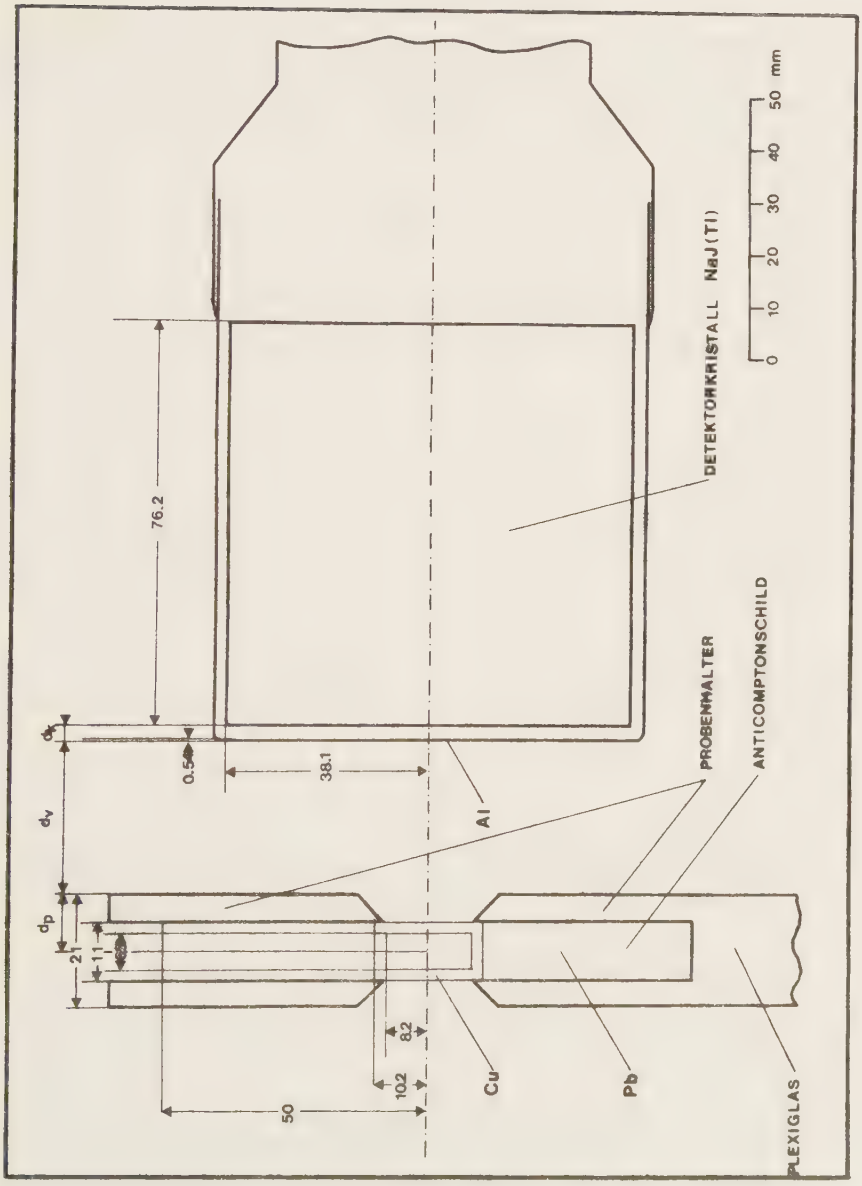


Abbildung 10 Schnitt durch einen Detektor und den Probenhalter mit dem Anticomptonschild (Maße des Detektors: BICRON-CORPORATION Esa-1050)

mit einer Wandstärke von 2 mm eingelassen; die Innenmaße der Kupferbüchse (Durchmesser: 16.4 mm, Höhe: 6.5 mm) entsprechen den Außenmaßen der in unserem Labor verwendeten Transportkapseln für die Rohrpostanlage des 14 MeV-Neutronengenerators.

4.2.2 Die Bestimmung des Abstandes eines Detektors von der Quelle

Wie man in der Abbildung 10 erkennen kann, setzt sich der Abstand d der Kristalloberfläche des Detektors vom Mittelpunkt der Quelle aus drei Teilabständen zusammen.

$$d = d_p + d_v + d_k \qquad (4.2.1)$$

Hierbei bezeichnet d_p den Abstand der Oberfläche des Probenhalters zum Mittelpunkt der Quelle, d_v den variablen Abstand der Oberfläche des Probenhalters zur Oberfläche der Detektorumhüllung und d_k den durch die Bauart des Detektors bedingten Abstand der Kristalloberfläche zu der Oberfläche der äußeren Umhüllung des Detektors.

Der Abstand d_p ist durch die Bauform des Probenhalters vorgegeben, er beträgt in diesem Fall:

$$d_p = (1.05 \pm 0.01)\ \text{cm} \qquad (4.2.2)$$

Durch das Einsetzen der Probenkapsel in die Kupferbüchse können jedoch zusätzliche systematische Abweichungen auftreten, da d_p auch von der Güte der Zentrierung der Quelle in der Probenkapsel abhängt.

Der Abstand d_v läßt sich aus der Anzahl der Umdrehungen der Gewindespindel bestimmen; die Reproduzierbarkeit eines gewählten Abstandes ist besser als 0.005 cm.

Das eigentliche Problem bei der Ermittlung des Detektorabstandes d von der Quelle besteht in der ausreichend genauen Bestimmung des Abstandes d_k. In der Literatur werden hierzu zwei Methoden vorgeschlagen. Einmal kann man von dem Detektor und einem geeigneten Maßstab eine Röntgenaufnahme machen und diese Aufnahme zur Bestimmung von d_k heranziehen [2]. Da ein zu diesem

Zweck geeignetes Röntgengerät nicht zur Verfügung stand, wurde das von C h i n a g l i a und M a l v a n o [20] beschriebene Verfahren zur Bestimmung dieses Abstandes benutzt. Die Abbildung 11 zeigt das Prinzip dieser Methode.

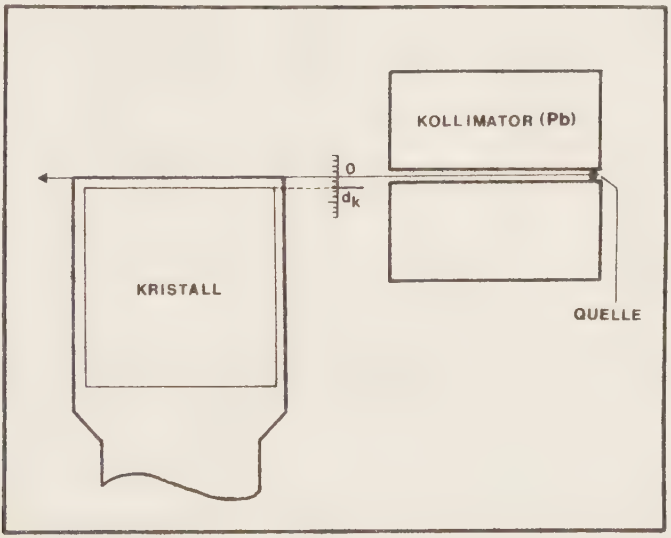


Abbildung 11 Versuchsanordnung zur Bestimmung des Abstandes d_k

Ein fein kollimierter Gammastrahl einer monoenergetischen Gammaquelle (Cs-137/Ba-137m) wird senkrecht zur Detektorachse, d.h. parallel zu der Kristalloberfläche ausgerichtet, und der Detektor von einem Nullwert, der der äußeren Oberfläche der Detektorumhüllung entspricht, an diesem Strahl entlangbewegt. Registriert man die Anzahl N_p der Impulse im Peak, so wird ein starkes Ansteigen der registrierten Impulszahlen auftreten, wenn der Gammastrahl die Kristalloberfläche trifft.

Der verwendete Bleikollimator hat eine Dicke von 50 mm, die Kantenlänge der quadratischen Bohrung beträgt ca. 2.5 mm. Als Nullwert wurde diejenige Position des Detektors bezeichnet, bei dem ein durch diesen Kollimator gebündelter Lichtstrahl gerade eine Spur auf der Stirnfläche der Detektorumhüllung hinterläßt. Die bei dieser Einstellung von dem Detektor registrierte Impulsrate wurde als Nullrate von den bei den anderen Einstellungen registrierten Zählraten abgezogen. Die Abbildung 12 zeigt die Änderung der Im-

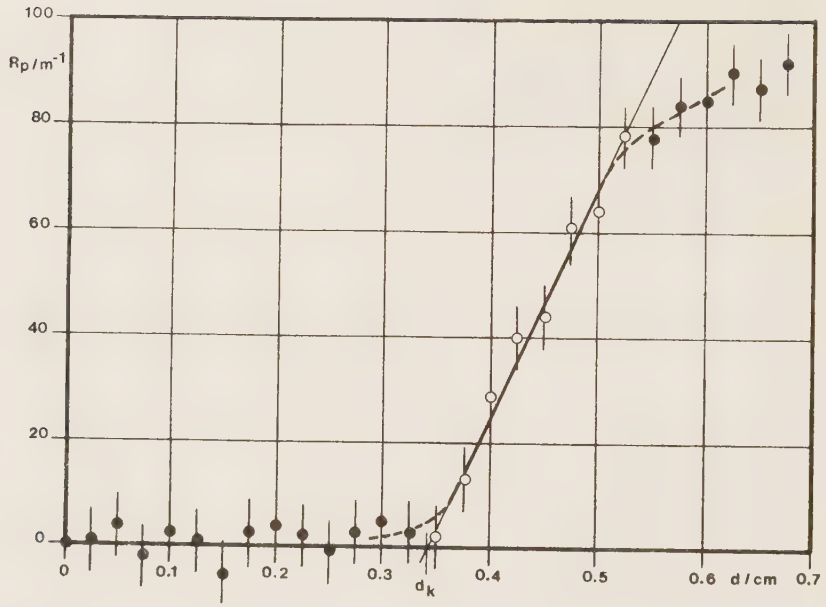


Abbildung 12 Die Impulsrate R_p in Abhängigkeit vom Detektorvorschub d

pulsrate R_p als Funktion des Detektorvorschubs d. Durch die in diesem Diagramm mit Kreisen gekennzeichneten Punkte wurde eine Ausgleichsgerade gelegt. Der Schnittpunkt mit der Ordinate ergibt dann den gesuchten Abstand d_k der Kristalloberfläche von der äußeren Oberfläche der Detektorumhüllung.

Tabelle 2 Experimentell ermittelte d_k-Werte

Messung	Detektor D' d_k/cm	Detektor D" d_k/cm
1	0.332	0.343
2	0.349	0.318
3	0.355	0.348
4	0.321	0.337
5	0.341	0.329
Mittelwert	0.340 ± 0.014	0.335 ± 0.012

Für jeden der beiden Detektoren wurden jeweils fünf Messungen durchgeführt, wobei der Detektor jeweils um ca. 72° um seine Achse gedreht wurde, um auch eventuelle "Verkantungen" des Kristalls in der äußeren Umhüllung zu berücksichtigen. In der Tabelle 2 sind die Ergebnisse zusammengefaßt.

Die gemittelten Werte für den Abstand der Kristalloberfläche von der äußeren Oberfläche der Detektorumhüllung stimmen recht gut mit dem vom Hersteller angegebenen Wert von 1/8" $\triangleq$ 0.3175 cm überein. Legt man die experimentell ermittelten Werte für d_k zugrunde, so ergibt sich für den kleinstmöglichen Abstand d_{min} des Detektors von der Quelle:

$$d_{min} = d_p + d_k = (1.39 \pm 0.02)\ \text{cm} \qquad (4.2.3)$$

4.2.3 Die Meßelektronik

Die Abbildung 13 zeigt das Blockdiagramm der verwendeten Koinzidenzschaltung. Es handelt sich hierbei um eine konventionelle "fast-slow"-Koinzidenzschaltung zur Ansteuerung eines Vielkanalanalysators. Die von den letzten Dynoden der beiden Photomultiplier abgeleiteten Analogsignale werden verstärkt (ca. 1:10) und den Eingängen von zwei "constant-fraction-triggern" zugeleitet. In diesen Triggern wird ein von der Signalamplitude unabhängiges Zeitsignal erzeugt. Diese beiden Zeitsignale der Detektoren D' und D" werden nun in einer schnellen Koinzidenzstufe auf "Gleichzeitigkeit" innerhalb der Auflösungszeit verglichen. Die durch die statistischen Prozesse in den Photomultipliern und den Detektoren bedingten zeitlichen Schwankungen der Detektorsignale betragen ca. $\pm$ 50 ns; die minimale Auflösungszeit der Koinzidenzstufe ist dadurch auf ca. 200 ns begrenzt. Zum Ausgleich von Laufzeitunterschieden in den beiden Kreisen ist eine digitale Verzögerungsstufe in den Koinzidenzkreis eingeschaltet. Die an der Anode des Detektors D" ausgekoppelten Signale werden ebenfalls verstärkt und in einem Einkanaldiskriminator ein bestimmter Energiebereich selektiert. Diejenigen Analogsignale, die in diesen Energiebereich fallen, erzeugen am Ausgang des Diskriminators Digitalsignale, die mit den verzögerten Signalen der schnellen Koinzidenzstufe auf "Zeitgleichheit" untersucht werden. Die am Ausgang des Detektors D' ausgekoppelten Analogsignale werden in einer linearen Verzögerungsstufe um 5 μs verzögert und auf den Eingang eines linearen Gates

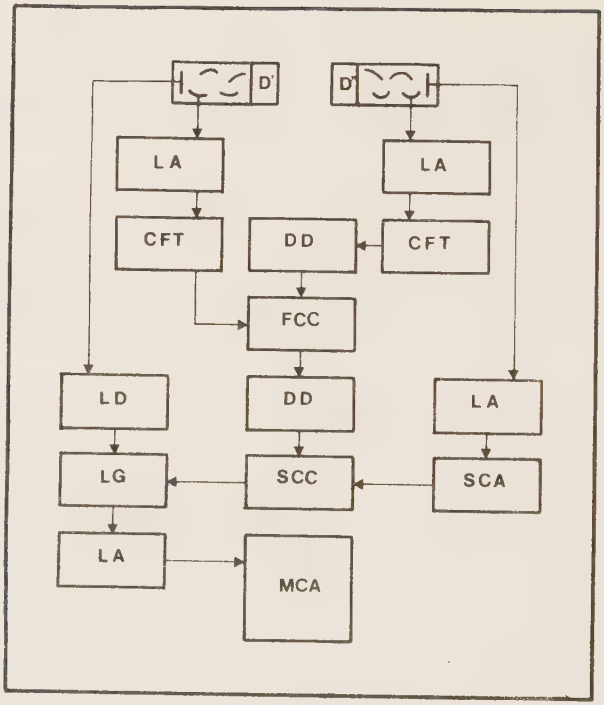


Abbildung 13 Das Blockdiagramm der verwendeten Koinzidenzschaltung (CFT constant-fraction-trigger, D Detektor, DD digitale Verzögerungsstufe, FCC schnelle Koinzidenzstufe, LA Linearverstärker, LD lineare Verzögerungsstufe, LG lineares Gate, MCA Vielkanalanalysator, SCA Einkanalanalysator, SCC langsame Koinzidenzstufe)

gegeben, das von den Signalen der langsamen Koinzidenzstufe gesteuert wird. Diejenigen Impulse des Detektors D', die von dem linearen Gate durchgelassen werden, werden verstärkt und auf den Eingang eines Vielkanalanalysators gegeben.

Die beschriebene Schaltung erlaubt es, die zu einem von dem Einkanaldiskriminator vorgegebenen Energiebereich koinzidente Impulshöhenverteilung des Detektors D' zu registrieren.

4.3 Übersicht über die durchgeführten Experimente

4.3.1 Die aufgenommenen Spektren und die Möglichkeit ihrer Deutung

Die Abbildung 14 zeigt die vier Spektren, die zur Bestimmung des absoluten Koinzidenzwirkungsgrades der Koinzidenzanordnung für die Vernichtungsstrahlung verwendet werden können. Sie sind zum besseren Vergleich so normiert, daß die Höhe des Gesamtenergiepeaks der Vernichtungsstrahlung jeweils 10^3 beträgt.

Das Spektrum 14a zeigt die durch die Strahlungen einer Na-22-Quelle erzeugte Impulshöhenverteilung. Man kann in diesem Spektrum deutlich drei Peaks erkennen. Zur Beschreibung dieses Spektrums muß man nun berücksichtigen, daß eine Na-22-Quelle bei jedem Kernzerfall drei koinzidente Gammaquanten emittiert; zwei Vernichtungsquanten mit 180°-Richtungskorrelation und ein zu den Ausbreitungsrichtungen der Vernichtungsstrahlung nicht richtungskorreliertes typisches Gammaquant. Der Peak N''_{P2} bei 0.511 MeV wird durch die direkten Wechselwirkungen der Vernichtungsstrahlung 2 mit dem Detektor D", der Peak N''_{P1} bei 1.275 MeV durch die direkten Wechselwirkungen mit der typischen Gammastrahlung 1 hervorgerufen. Der Summenpeak N''_{P12} bei 1.786 MeV wird durch die koinzidenten direkten Wechselwirkungen eines Vernichtungsquants und des typischen Gammaquants mit dem Detektor D" erzeugt. Die drei schraffierten Bereiche (1), (2) und (3) in diesem Spektrum kennzeichnen jeweils die durch den Einkanaldiskriminator des Triggerkreises selektierten Energiebereiche bei den Koinzidenzexperimenten; sie betragen jeweils ca. zwei Halbwertsbreiten des jeweiligen Peaks. Wie man in dem Spektrum erkennen kann, fallen in diese Energiebereiche nicht nur die Impulse der drei oben beschriebenen Peaks, sondern auch Impulse von anderen Verteilungen, die einen mehr oder weniger starken, monotonen Untergrund unter dem Peak bilden.

Die Tabelle 3 zeigt eine Übersicht über die koinzidenten Wechselwirkungen in den beiden Detektoren. In der ersten Spalte sind alle möglichen Wechselwirkungen der drei Gammaquanten mit dem Detektor D" zusammengefaßt. Die Indizes 1 und 2 bezeichnen hierbei die beiden Gammastrahlungen, ein vorgestelltes s vor einer Ziffer bezeichnet ein durch die jeweilige Strahlung in dem Absorbervolumen V_s erzeugtes Streuquant und ein $\bar{s}$ bzw. $\bar{\bar{s}}$ ein in einem der

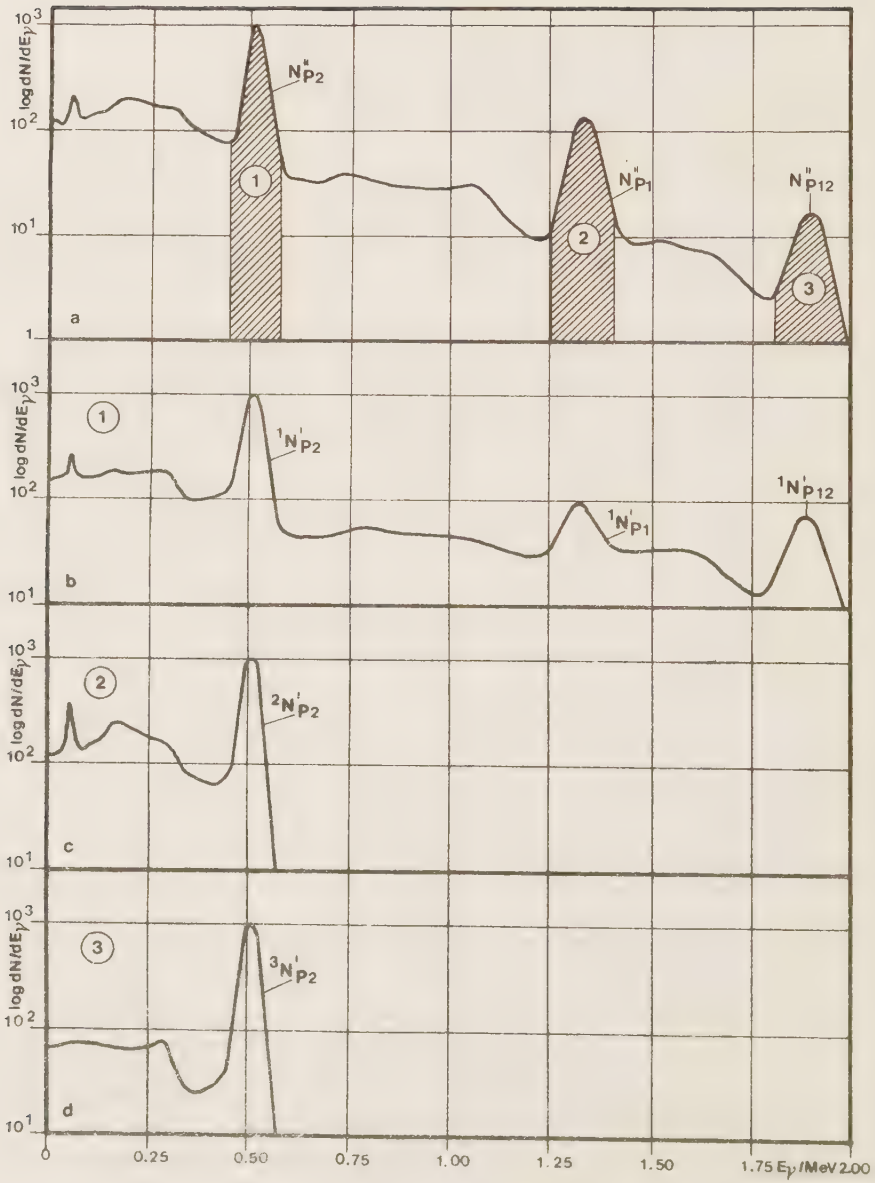


Abbildung 14 Na-22-Spektren: a. normal b. koinzident zu N''_{P2} (0.511MeV)
c. koinzident zu N''_{P1} (1.275MeV) d. koinzident zu N''_{P12} (1.786MeV)

Tabelle 3 Übersicht über die Koinzidenzexperimente

Verteilung in D"	Energiebereich in MeV	Triggerbereich 1 2 3	Koinzidente Verteilung in D'
I''_{T2}	0-0.511	⊗	I'_{T2} $I'_{T\bar{s}2}$ I'_{T1} I'_{Ts1} I'_{T12} I'_{Ts12} $I'_{T1\bar{s}2}$ $I'_{Ts1\bar{s}2}$
I''_{Ts2}	0-0.511	(x)	I'_{T2} I'_{Ts2} I'_{T1} I'_{Ts1} I'_{T12} I'_{Ts12} I'_{T1s2} I'_{Ts1s2}
I''_{T1}	0-1.275	× ⊗	I'_{T2} I'_{Ts2} $I'_{T2\bar{s}2}$ I'_{Ts2s2}
I''_{Ts1}	0-1.275	× (x)	I'_{T2} I'_{Ts2} $I'_{T2\bar{s}2}$ I'_{Ts2s2}
I''_{T12}	0-1.786	× × ⊗	I'_{T2} $I'_{T\bar{s}2}$
I''_{Ts12}	0-1.786	× × (x)	I'_{T2} $I'_{T\bar{s}2}$
I''_{T1s2}	0-1.786	× × (x)	I'_{T2} I'_{Ts2}
I''_{Ts1s2}	0-1.786	× × (x)	I'_{T2} I'_{Ts2}
$I''_{T2\bar{s}2}$	0-≈0.70	×	I'_{T1} I'_{Ts1}
I''_{Ts2s2}	0-≈0.70	×	I'_{T1} I'_{Ts1}
$I''_{T12\bar{s}2}$	0-≈2.00	× × ×	
$I''_{Ts12\bar{s}2}$	0-≈2.00	× × ×	
I''_{T1s2s2}	0-≈2.00	× × ×	
$I''_{Ts1s2s2}$	0-≈2.00	× × ×	

beiden effektiven Streuvolumen $\bar{V}'_s$ bzw. $\bar{V}''_s$ erzeugtes Streuquant. In der zweiten Spalte ist der Energiebereich angegeben, in dem die jeweilige Verteilung existent ist. In den Spalten 3, 4 und 5 gibt ein x an, ob durch die Verteilung in den zur Triggerung verwendeten Energiebereichen (1), (2) und (3) Impulse erzeugt werden, ⊗ bezeichnet einen Peak. Ein (x) zeigt an, daß eine Verteilung zwar theoretisch in einem dieser Energiebereiche existiert, die Anteile der Verteilung in diesem Bereich aber so gering sind, daß die durch sie hervorgerufenen Wechselwirkungen vernachlässigt werden können; es sind dies die Grenzenergien von Verteilungen, die durch eine Wechselwirkung mit mindestens einem Streuquant hervorgerufen werden. In der letzten Spalte sind alle diejenigen Verteilungen aufgeführt, die koinzident zu der in der

Spalte 1 angegebenen Verteilung im Detektor D' registriert werden können. Die in dem Detektor D" registrierten Impulshöhenverteilungen lassen sich in drei Gruppen einteilen:

Die erste Gruppe umfaßt alle Verteilungen, die ausschließlich durch die Wechselwirkung einer Gammastrahlung der Na-22-Quelle mit dem Detektor D" erzeugt werden. Es sind das die Verteilungen I''_{T2} und I''_{T1}, die durch die direkte Wechselwirkung eines Vernichtungsquants oder eines typischen Gammaquants gebildet werden, und die Verteilungen I''_{Ts2} und I''_{Ts1}, die durch die Streuquanten dieser Strahlungen erzeugt werden. Die quantitativen Beziehungen für diese Wechselwirkungen sind in den Kapiteln 1.6 und 1.8 beschrieben, allerdings muß man noch den Einfluß von zweifachen und dreifachen Summenkoinzidenzen berücksichtigen.

Die zweite Gruppe umfaßt alle Verteilungen, die durch den gleichzeitigen Nachweis zweier koinzidenter Strahlungen in dem Detektor D" erzeugt werden (Zweifachsummenkoinzidenzen). Die Verteilungen I''_{T12}, I''_{Ts12}, I''_{T1s2} und I''_{Ts1s2} beschreiben alle möglichen Koinzidenzen zwischen der Vernichtungsstrahlung oder deren Streustrahlung und der typischen Gammastrahlung oder deren Streustrahlung. Die zur Beschreibung dieser Wechselwirkungen benötigten quantitativen Beziehungen sind durch die Gleichungen (2.3.9), (2.3.20) und (2.3.27) gegeben, wenn man berücksichtigt, daß diese Koinzidenzen in einem einzigen Detektor stattfinden. Weiterhin ist auch hier der Einfluß von dreifachen Summenkoinzidenzen zu korrigieren.

Die zu dieser Gruppe gehörenden Verteilungen I''_{T2s2} und I''_{Ts2s2} beschreiben die beiden Summenkoinzidenzen, die ausschließlich durch die beiden Vernichtungsquanten gebildet werden. Sie umfassen einmal den gleichzeitigen Nachweis eines ungestreuten Vernichtungsquants und eines im effektiven Streuvolumen $\bar{V}''_s$ erzeugten Streuquants (Abbildung 15a) und den gleichzeitigen Nachweis zweier in V_s erzeugter Streuquanten (Abbildung 16a) in dem Detektor D". Prinzipiell sind diese Koinzidenzen in den Kapiteln 2.3.4 und 2.3.5 behandelt worden. Wegen der 180°-Richtungskorrelation der Vernichtungsstrahlung sind jedoch die in diesen Kapiteln für zwei Detektoren abgeleiteten quantitativen Beziehungen nicht unmittelbar auf die durch einen einzigen Detektor registrierten Koinzidenzen übertragbar. Im Folgenden soll deshalb kurz auf diese Wechselwirkungen eingegangen werden.

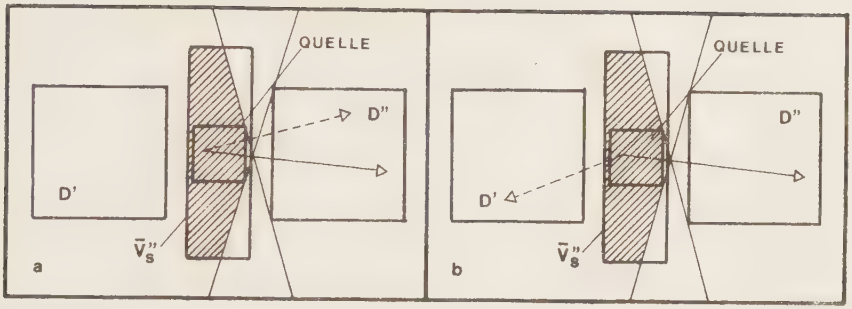


Abbildung 15 Koinzidente Wechselwirkungen der Vernichtungsstrahlung und ihrer Streustrahlung mit einem Detektor bzw. mit zwei Detektoren (⟶ Vernichtungsquant, -----▷ Streuquant)

In der Abbildung 15 sind die Koinzidenzen zwischen einem Vernichtungsquant und einem durch das koinzidente Vernichtungsquant in dem effektiven Streuvolumen $\bar{V}_s''$ erzeugten Streuquant dargestellt. Abbildung 15a zeigt den Fall einer registrierten Summenkoinzidenz ($I''_{T2\bar{=}s2}$), Abbildung 15b den im Kapitel 2.3.4 beschriebenen Fall. Entsprechend Gleichung (2.3.34) wird mit $\bar{e}'_{s2}$ der Wirkungsgrad des Detektors D' für die in $\bar{V}_s''$ durch die Vernichtungsstrahlung erzeugte Streustrahlung bezeichnet. Die Aussendung der Streuquanten aus dem effektiven Streuvolumen $\bar{V}_s''$ erfolgt anisotrop in den Raum; diese Anisotropie ist durch die Streuwinkelabhängigkeit des Streuquerschnittes bedingt. Die Abhängigkeit der Streuquantenenergie vom Streuwinkel (Gleichung (3.2.4)) hat weiterhin zur Folge, daß die höherenergetischen Streuquanten in Richtung D', die niederenergetischen Streuquanten in Richtung D" emittiert werden. Berücksichtigt man noch, daß das Streuvolumen $\bar{V}_s''$ asymmetrisch bezüglich des gesamten Absorbervolumens V_s angeordnet ist, so ist ersichtlich, daß sich die Wirkungsgrade der beiden Detektoren für die in dem Streuvolumen $\bar{V}_s''$ entstehende Streustrahlung selbst bei symmetrischer Anordnung unterscheiden. Bezeichnet man mit $\bar{\bar{e}}''_{s2}$ den absoluten Wirkungsgrad des Detektors D" für die in $\bar{V}_s''$ entstehende Streustrahlung, so ergibt sich für die Anzahl $N''_{T2\bar{=}s2}$ der Impulse in dem Summenkoinzidenzspektrum $I''_{T2\bar{=}s2}$ unter Vernachlässigung der geometrischen Korrektur k_q:

$$N''_{T2\bar{=}s2} = e''_2 \, \bar{\bar{e}}''_{s2} \, \frac{\bar{f}''_{s2}}{f''_g} \, Q_c \, \Delta t \qquad (4.3.1)$$

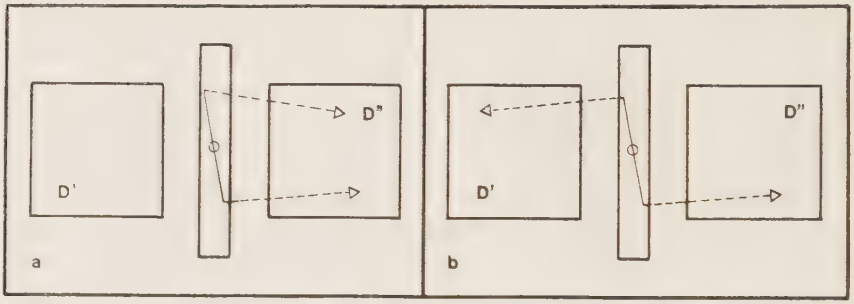


Abbildung 16 Koinzidente Wechselwirkungen zweier durch die Vernichtungsstrahlung erzeugter Streuquanten mit einem Detektor bzw. mit zwei Detektoren (——▷ Vernichtungsquant, ----▷ Streuquant)

In der Abbildung 16 sind die Koinzidenzen zweier durch die Vernichtungsstrahlung in dem Absorbervolumen V_s erzeugter Streuquanten dargestellt. Abbildung 16a zeigt auch hier den Fall einer in dem Detektor D" registrierten Summenkoinzidenz (I''_{Ts2s2}), Abbildung 16b den in dem Kapitel 2.3.5 behandelten Fall. In der Gleichung (2.3.43) wird mit e_{csv} der absolute Wirkungsgrad der Koinzidenzanordnung für den gleichzeitigen Nachweis zweier Streuquanten der Vernichtungsstrahlung durch zwei Detektoren eingeführt. Betrachtet man die beiden Darstellungen der Abbildung 16, so kann man erkennen, daß die Streuquanten in beiden Fällen auch bezüglich ihrer Streuwinkel in Beziehung stehen müssen, damit eine Koinzidenz nachgewiesen werden kann. Im Falle einer Summenkoinzidenz muß die Summe der beiden Comptonstreuwinkel einen Wert um 180° annehmen. Im Fall der durch zwei Detektoren nachgewiesenen Koinzidenz muß dagegen die Differenz der beiden Comptonstreuwinkel annähernd 0° betragen. Das bedeutet für die Summenkoinzidenz, wenn man die Gleichung (3.2.4) auf die Streuwinkel anwendet, daß die Summe der beiden Streuquantenenergien einen Wert zwischen 0.4 MeV und 0.7 MeV annimmt. Im Fall der durch zwei Detektoren nachgewiesenen Koinzidenz ist dagegen die Energie der beiden Streuquanten annähernd gleich, die Summe der beiden Streuquantenenergien kann hier alle Werte zwischen 0 MeV und 1.0 MeV annehmen, d.h. an einem Detektor kann durch ein Streuquant jede Energie bis 0.5 MeV [illegible] werden.

[illegible] also auch für den Fall des Nachweises beider Streuquanten durch ei[illegible]en neuen Koinzidenzwirkungsgrad definieren, er betrage e''_{csv}.

Die Indizierung dieses Wirkungsgrades mit ' bzw. " erfolgt nach der Indizierung des Detektors, der die Summenkoinzidenz registriert. Für die Anzahl N''_{Ts2s2} der Impulse im Summenkoinzidenzspektrum I''_{Ts2s2} gilt dann:

$$N''_{Ts2s2} = e''_{csv} f_{sc} Q_c \Delta t \qquad (4.3.2)$$

f_{sc} bezeichnet hierbei wieder die Wahrscheinlichkeit dafür, daß durch die von der Quelle mit der Koinzidenzquellstärke Q_c ausgesendete Vernichtungsstrahlung ein koinzidentes Streuquantenpaar in dem Absorbervolumen V_s erzeugt wird.

Die dritte Gruppe in der Tabelle 3 umfaßt nun alle diejenigen Verteilungen, die durch den Nachweis von drei koinzidenten Ereignissen in dem Detektor D" erzeugt werden (Dreifachsummenkoinzidenzen). Es sind dies einmal die beiden Verteilungen $I''_{T12\bar{s}2}$ und $I''_{Ts12\bar{s}2}$, die dadurch erzeugt werden, daß zusätzlich zu der Summenkoinzidenz $I''_{T2\bar{s}2}$ ein typisches Gammaquant oder dessen Streuquant nachgewiesen wird. Entsprechend ergeben sich die Verteilungen I''_{T1s2s2} und $I''_{Ts1s2s2}$ durch den zusätzlichen Nachweis eines dieser beiden Quanten zu einer Summenkoinzidenz I''_{Ts2s2}. Die quantitativen Beziehungen für diese Verteilungen ergeben sich sinngemäß nach den in dem Kapitel 2 beschriebenen Verfahren.

Weiterhin kann man der Tabelle 3 entnehmen, daß nur in dem zu dem Gesamtenergiepeak der Vernichtungsstrahlung koinzidenten Spektrum außer den Wechselwirkungen mit der Vernichtungsstrahlung noch Wechselwirkungen mit der typischen Gammastrahlung auftreten können. Die Abbildung 14b zeigt dieses Spektrum. Man kann auch hier die drei Gesamtenergiepeaks $^1N'_{P2}$, $^1N'_{P1}$ und $^1N'_{P12}$ erkennen. (Die vor dem Symbol hochgestellte Ziffer gibt den bei dem Koinzidenzexperiment verwendeten Triggerbereich an.) In diesem Spektrum unterscheidet sich jedoch das Verhältnis der Peakflächen des Summenpeaks $^1N'_{P12}$ zu der Peakfläche des durch die typische Gammastrahlung erzeugten Gesamtenergiepeaks $^1N'_{P1}$ erheblich von dem entsprechenden Verhältnis bei dem "normalen" Spektrum. In dem Kapitel 6 soll nun gezeigt werden, daß man aus dem zu dem Gesamtenergiepeak der Vernichtungsstrahlung koinzidenten Spektrum das Verhältnis des absoluten Koinzidenzwirkungsgrades e_{cv} zu dem absoluten Einzelwirkungsgrad e_2 eines Detektors der Koinzidenzanordnung für die Vernichtungsstrahlung bei Kenntnis des Peak/Total-Verhältnisses p_2 bestimmen

kann.

Die beiden zu dem Gesamtenergiepeak N''_{P1} der typischen Gammastrahlung und zu dem Summenpeak N''_{P12} koinzidenten Spektren (Abbildung 14c und 14d) werden ausschließlich durch die Wechselwirkungen der Vernichtungsstrahlung oder deren Streustrahlung mit dem Detektor D' erzeugt. Sie unterscheiden sich jedoch stark in dem Bereich der Comptonverteilungen, was man auf den unterschiedlichen Einfluß der Streustrahlung bei den beiden Experimenten zurückführen kann. Im Kapitel 5 soll nun gezeigt werden, daß es möglich ist, aus dem zu dem Summenpeak N''_{P12} koinzidenten Spektrum das Peak/Total-Verhältnis P_2 eines Detektors für die Vernichtungsstrahlung zu bestimmen.

Weiterhin wird im Kapitel 7 gezeigt werden, daß man aus dem "normalen" Spektrum (Abbildung 14a) einer Na-22-Quelle den Einzelwirkungsgrad e_2 eines Detektors für die Vernichtungsstrahlung bestimmen kann, wenn man das Peak/Total-Verhältnis für die Vernichtungsstrahlung und den Einfluß der durch die Vernichtungsstrahlung erzeugten koinzidenten Streustrahlung auf den Gesamtenergiepeak der typischen Gammastrahlung kennt. Diesen Einfluß kann man aber durch den Vergleich der in Abbildung 14c und Abbildung 14d dargestellten Spektren abschätzen.

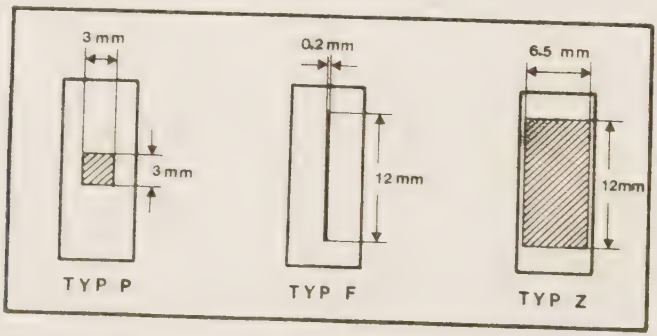


Abbildung 17 Die Abmessungen der verwendeten Quellentypen

Zusammenfassend kann man sagen, daß man unter Verwendung der in Abbildung 14 zusammengestellten vier Spektren den absoluten Einzelwirkungsgrad eines Detektors und den absoluten Koinzidenzwirkungsgrad der Koinzidenzanordnung für die Vernichtungsstrahlung bestimmen kann.

Um den Einfluß der Quellengeometrie und des Quellenabstandes d auf diese Wirkungsgrade zu zeigen, wurden die oben beschriebenen vier Spektren für drei verschiedene Quellengeometrien bei sieben verschiedenen Quellenabständen aufgenommen. Die Quellenabstände wurden hierbei zwischen dem Mindestabstand d_{min} = 1.39 cm und einem Maximalabstand d_{max} = 10.39 cm variiert. Die Abbildung 17 zeigt die drei verschiedenen Quellentypen in den Probenkapseln. Die Quellentypen entsprechen in etwa einer punktförmigen Quelle (Typ P), einer flächenförmigen Quelle (Typ F) und einer zylindrischen Quelle (Typ Z).

4.3.2 Der Einfluß der in einem Detektor erzeugten Streustrahlung auf die Koinzidenzexperimente

Im allgemeinen verwendet man zum Nachweis von koinzidenten Strahlungen zwei Detektoren. Wird nun ein Gammaquant in einem der beiden Detektoren nachgewiesen, so wird bei dieser Wechselwirkung nicht immer die gesamte Gammaenergie absorbiert, sondern es kann ein Streuquant verminderter Energie und veränderter Ausbreitungsrichtung verbleiben. Es existiert nun eine endliche Wahrscheinlichkeit dafür, daß dieses Streuquant von dem anderen Detektor nachgewiesen wird. Die Abbildung 18 soll diesen Sachverhalt veranschaulichen.

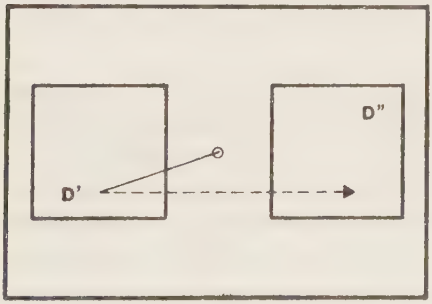


Abbildung 18
Die Entstehung von "Pseudokoinzidenzen" (⟶ Gammaquant, ----▸ Streuquant)

Bezeichnet man mit Q_i die Quellstärke einer Quelle bezüglich der Strahlung i, so ist der Zusammenhang zwischen der Anzahl Q'_{iw} der Wechselwirkungen in dem Detektor D' und der Quellstärke durch die folgende Gleichung gegeben:

$$Q'_{iw} = \varepsilon'_i \, Q_i \qquad (4.3.3)$$

Das Peak/Total-Verhältnis p'_i beschreibt nur die Wahrscheinlichkeit dafür, daß bei einer Wechselwirkung die gesamte Gammaenergie an den Detektor D'

abgegeben wird. Die Anzahl Q'_{si} der in dem Detektor D' erzeugten Streuquanten beträgt demnach:

$$Q'_{si} = e'_i (1 - p'_i) Q_i \qquad (4.3.4)$$

Die Gleichung zeigt, daß der Detektor D' für den Detektor D" als eine Streuquantenquelle mit der Quellstärke Q'_{si} erscheint. Hierbei muß man wieder berücksichtigen, daß diese Quelle die nicht monoenergetische Streustrahlung anisotrop aussendet. Bezeichnet man mit $\tilde{e}''_{si}$ den absoluten Wirkungsgrad des Detektors D" für die in dem Detektor D' erzeugten Streuquanten, so ergibt sich für die Anzahl Q''_{siw} derjenigen Streuquanten, die von dem Detektor D" nachgewiesen werden:

$$Q''_{siw} = \tilde{e}''_{si} e'_i (1 - p'_i) Q_i = Q_{cpw} \qquad (4.3.5)$$

$Q''_{siw} = Q_{cpw}$ gibt gleichzeitig an, wie oft in beiden Detektoren koinzidente Signale auftreten, ohne daß eine durch das Zerfallsschema des Nuklids vorgegebene Koinzidenz vorliegt. Im Weiteren soll diese Art von Koinzidenzen als Pseudokoinzidenzen bezeichnet werden.

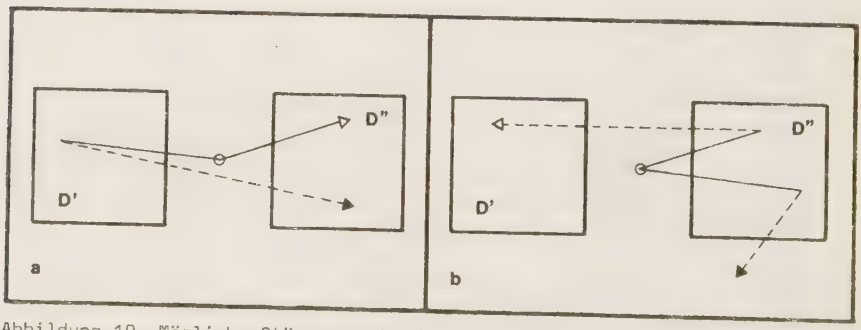


Abbildung 19 Mögliche Störungen durch Pseudokoinzidenzen
(⟶ Gammaquant 1, ⇢ Streuquant des Gammaquants 1,
⟶ Gammaquant 2, ⇢ Streuquant des Gammaquants 2)

Verwendet man die im Kapitel 4.2.3 beschriebene "fast-slow"-Koinzidenzschaltung, so hängt die Art der durch die Pseudokoinzidenzen verursachten Störung davon ab, aus welchem Detektor das die Pseudokoinzidenz verursachende Streuquant stammt. Zwei dieser Störungen sind in der Abbildung 19 dargestellt.

Betrachtet man eine Quelle, die zwei Strahlungen 1 und 2 koinzident aussendet und will man mit dem Detektor D' das zu dem Gesamtenergiepeak der Strahlung 2 koinzidente Spektrum aufnehmen, so wird man den Diskriminator für den Detektor D" auf die Energie E_{γ_2} der Strahlung 2 einstellen. Gibt nun das Gammaquant 2 seine gesamte Energie an den Detektor D" ab, so ist die Bedingung für das Auftreten eines Steuersignals erfüllt, da die an den Detektor abgegebene Energie E_{γ_2} der Diskriminatoreinstellung E_D entspricht. Gibt nun das zu dem Gammaquant 2 koinzidente Gammaquant 1 nur einen Teil seiner Energie an den Detektor D' ab, so wird ein Streuquant der Energie E_{s1} von dem Detektor D' ausgesendet. Die Wechselwirkung des Gammaquants 1 mit dem Detektor hätte nun einen Impuls in der Comptonverteilung des mit diesem Detektor aufgenommenen Spektrums zur Folge. Wird das Streuquant s1 zusätzlich von dem Detektor D" nachgewiesen (Abbildung 19a), so entspricht die insgesamt an den Detektor D" abgegebene Energie $(E_{\gamma_2} + E_{s1})$ nicht mehr der Diskriminatoreinstellung E_D, d.h. durch diese Art der Störung gehen Impulse aus der Comptonverteilung der Strahlung 1 im Detektor D' verloren.

In der Abbildung 19b ist derjenige Fall dargestellt, daß im Detektor D" erzeugte Streuquanten von dem Detektor D' nachgewiesen werden. Die zur Erzeugung eines Steuersignals nötige Energie E_D kann auch durch den gleichzeitigen Nachweis der beiden koinzidenten Gammaquanten an den Detektor D" abgegeben werden, $((E_{\gamma_2} - E_{s2}) + (E_{\gamma_1} - E_{s1})) = E_D$. Wird nun eines der beiden Streuquanten s1 bzw. s2 von dem Detektor D' nachgewiesen, so wird in diesem Fall ein Impuls registriert, der die von dem Detektor D' zu registrierende Impulshöhenverteilung der Strahlung 1 ebenfalls verfälscht.

Bei der Verwendung eines Anticomptonschildes werden die hier beschriebenen Störungen durch die Pseudokoinzidenzen weitestgehend unterdrückt, da die aus einem Detektor stammende Streustrahlung in jedem Fall das Anticomptonschild durchdringen muß, um von dem anderen Detektor nachgewiesen werden zu können.

Die folgende Abschätzung der minimalen Gesamtschwächungsfaktoren f_{aCu} und f_{aPb} des verwendeten Anticomptonschildes für die durch die Strahlungen einer Na-22 Quelle in den Detektoren erzeugten Streustrahlungen soll das verdeutlichen. Zur Abschätzung soll vereinfachend davon ausgegangen werden, daß diejenigen Streuquanten, die bei kleinstmöglichem Comptonstreuwinkel Θ_c

die kürzeste Strecke im Anticomptonschild zurückzulegen haben, auch am geringsten geschwächt werden. In der Abbildung 20 sind diese Bedingungen für die zwei Materialien des Anticomptonschildes skizziert.

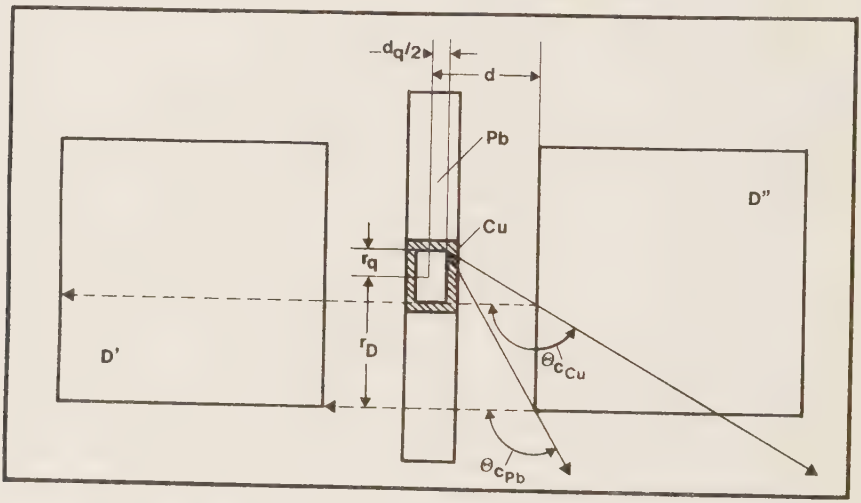


Abbildung 20 Abschätzung der minimalen Comptonstreuwinkel Θ_c zur Bestimmung der minimalen Gesamtschwächungsfaktoren f_{aCu} und f_{aPb}.

Die beiden Comptongrenzstreuwinkel Θ_{cCu} und Θ_{cPb} lassen sich nach folgenden Formeln berechnen.

$$\Theta_{cCu} = 180^\circ - \arctan \frac{r_q}{d - d_q/2}$$

$$\Theta_{cPb} = 180^\circ - \arctan \frac{r_D + r_q}{d - d_q/2} \qquad (4.3.6)$$

Hierbei bezeichnet r_q den Radius der Quelle, d_q die Höhe der Quelle, r_D den Radius des Detektors und d den Abstand des Schwerpunkts der Quelle von der Oberfläche des Detektors. Mit den so berechneten Comptongrenzstreuwinkeln kann man dann nach Gleichung (3.2.4) die Energie dieser Streuquanten berechnen. Der Gesamtschwächungsfaktor wurde dann unter Verwendung der bei G r o d s t e i n [17] tabellierten Gesamtwechselwirkungsquerschnitte berechnet. In den Tabellen 4 und 5 sind die so erhaltenen Werte zusammengestellt.

Erwartungsgemäß ist die Schwächung durch die zentrierte Kupferbüchse erheb-

Tabelle 4 Minimale Gesamtschwächungsfaktoren des Anticomptonschildes für Streuquanten der Vernichtungsstrahlung (E_{γ_2} = 0.511 MeV)

d/cm	Θ_{cPb}	$\frac{E_{sPb}}{MeV}$	$f_{aPb}\ 10^3$	Θ_{cCu}	$\frac{E_{sCu}}{MeV}$	f_{aCu}	$\bar{f}_a$
1.39	103.6	0.229	0.174	131.6	0.192	0.557	0.0247
1.89	109.4	0.219	0.0694	142.5	0.183	0.538	0.0238
2.39	115.1	0.211	0.0300	149.8	0.178	0.526	0.0232
3.39	124.8	0.199	0.00678	158.6	0.174	0.517	0.0228
4.39	132.7	0.191	0.00190	163.6	0.173	0.514	0.0227
6.39	144.0	0.183	0.000357	168.8	0.171	0.509	0.0224
10.39	156.3	0.175	0.000078	173.2	0.171	0.509	0.0224

Tabelle 5 Minimale Gesamtschwächungsfaktoren des Anticomptonschildes für Streuquanten der typischen Gammastrahlung (E_{γ_1} = 1.275 MeV)

d/cm	Θ_{cPb}	$\frac{E_{sPb}}{MeV}$	$f_{aPb}\ 10^3$	Θ_{cCu}	$\frac{E_{sCu}}{MeV}$	f_{aCu}	$\bar{f}_a$
1.39	103.6	0.312	12.60	131.6	0.248	0.627	0.0397
1.89	109.4	0.294	7.270	142.5	0.233	0.612	0.0339
2.39	115.1	0.280	4.409	149.8	0.226	0.604	0.0309
3.39	124.8	0.259	1.420	158.6	0.219	0.596	0.0276
4.39	132.7	0.246	0.6331	163.6	0.217	0.594	0.0268
6.39	144.0	0.231	0.2058	168.8	0.215	0.592	0.0263
10.39	156.3	0.221	0.0843	173.2	0.213	0.589	0.0261

lich geringer als die Schwächung durch die Bleischeibe. Mittelt man die jeweiligen Schwächungsfaktoren für Blei und Kupfer unter Berücksichtigung ihrer Flächenanteile am Anticomptonschild (F_{Pb} = 43.6 cm^2, F_{Cu} = 2.0 cm^2), so ergeben sich die in der letzten Spalte angegeben mittleren Gesamtschwächungsfaktoren $\bar{f}_a$.

Berücksichtigt man, daß die in den Tabellen zusammengestellten mittleren Gesamtschwächungsfaktoren für den jeweils ungünstigsten Fall berechnet worden sind, so kann man sagen, daß die durch die Pseudokoinzidenzen hervorgerufenen Störungen durch das Anticomptonschild um den Faktor 10^{-2} herabge-

setzt werden. Das bedeutet weiterhin, daß man für die folgenden Überlegungen diese Art der Störungen vernachlässigen kann.

4.3.3 Der Einfluß der zufälligen Koinzidenzen auf die Experimente

Weder ein Detektor noch eine Koinzidenzstufe können beliebig kleine Zeitintervalle auflösen, es existiert vielmehr ein minimales Zeitintervall 2τ, um das sich zwei Ereignisse mindestens unterscheiden müssen, um von der Detektoranordnung als zeitlich getrennt erkannt zu werden. Dieses minimale Zeitintervall 2τ bezeichnet man als das zeitliche Auflösungsvermögen des Detektors bzw. der Koinzidenzstufe; es ist durch die Zeitdauer τ des das jeweilige Ereignis kennzeichnenden Impulses vorgegeben.

Wegen der statistischen Natur des Kernzerfalles existiert nun eine endliche Wahrscheinlichkeit W_R dafür, daß zwei Kerne innerhalb des Zeitintervalls 2τ zerfallen. Die Anzahl der Kernzerfälle eines Nuklids in der Zeiteinheit wird durch die absolute Aktivität A beschrieben, der Besetzungsgrad B der Zeitachse bezüglich der Auflösungszeit 2τ mit Kernzerfällen beträgt:

$$B = 2\tau \; A \tag{4.3.7}$$

Für die Wahrscheinlichkeit W_R ergibt sich:

$$W_R = B\,A = 2\tau \; A^2 \quad \text{mit } B \ll 1 \tag{4.3.8}$$

Bezeichnet man mit Q_T die totale Quellstärke einer aus einem Nuklid bestehenden Quelle bezüglich derjenigen Strahlungsart, für die der Detektor empfindlich ist, so gilt für Q_T nach Gleichung (1.2.2), wenn k die Anzahl der insgesamt emittierten Strahlungen dieser Strahlungsart angibt:

$$Q_T = \sum_{j=1}^{k} Q_j = A \sum_{j=1}^{k} \nu_j \tag{4.3.9}$$

Hierbei ist es gleichgültig, inwieweit die Strahlungen j untereinander koinzident sind.

Man kann nun eine Koinzidenzquellstärke Q_{cR} einer Quelle definieren, die die Anzahl derjenigen Koinzidenzen zwischen zwei Strahlungen angibt, die

von zwei verschiedenen, zufällig innerhalb des Zeitintervalls 2τ zerfallenden Kernen herrühren. Diese Koinzidenzen werden als zufällige Koinzidenzen bezeichnet; sie sind im Gegensatz zu den echten Koinzidenzen nicht in dem Zerfallsschema des jeweils betrachteten Nuklids begründet. Unter Verwendung der Gleichungen (4.3.8) und (4.3.9) gilt dann:

$$Q_{cR} = 2\tau\, Q_T^2 = 2\tau\, A^2 \left(\sum_{j=1}^{k} \nu_j\right)^2 \qquad (4.3.10)$$

Die so definierte Koinzidenzquellstärke Q_{cR} einer Quelle bezüglich der zufälligen Koinzidenzen läßt sich in Terme Q_{cRij} zerlegen, die die Koinzidenzquellstärke dieser Quelle bezüglich zweier zufällig koinzidenter Strahlungen i und j angeben.

$$Q_{cR} = \sum_{i=1}^{k} \sum_{j=1}^{k} Q_{cRij} = 2\tau\, A^2 \sum_{i=1}^{k} \sum_{j=1}^{k} \nu_i\, \nu_j \qquad (4.3.11)$$

Die Anzahl Q_{cRijw} der durch eine Detektoranordnung nachgewiesenen zufälligen Koinzidenzen zwischen der Strahlung i und der Strahlung j beträgt:

$$Q_{cRijw} = \nu_i\, e_i'\, \nu_j\, e_j''\, Q_{cRij} \qquad (4.3.12)$$

Hierbei wird angenommen, daß die Strahlung i von dem Detektor D' und die Strahlung j von dem Detektor D" nachgewiesen wird. Eine geometrische Korrektur k_q, wie sie in dem Kapitel 2.2.1 eingeführt wurde, braucht in diesem Fall nicht berücksichtigt zu werden, da die beiden Orte der Kernzerfälle unabhängig voneinander über das gesamte Quellvolumen verteilt sind. Addiert man alle nachgewiesenen zufälligen Koinzidenzen Q_{cRijw} für alle möglichen Kombinationen ij, so erhält man die Anzahl Q_{cRw} der insgesamt nachgewiesenen zufälligen Koinzidenzen.

$$Q_{cRw} = \sum_{i=1}^{k} \sum_{j=1}^{k} Q_{cRijw} = 2\tau\, A^2 \sum_{i=1}^{k} \sum_{j=1}^{k} \nu_i\, e_i'\, \nu_j\, e_j'' \qquad (4.3.13)$$

Die Anzahl Q_{cRiw} der nachgewiesenen zufälligen Koinzidenzen einer bestimmten Strahlung i, die von dem Detektor D' nachgewiesen wird, mit allen anderen Strahlungen ergibt sich zu:

$$Q_{cRiw} = 2\tau\, A^2\, \nu_i\, e_i' \sum_{j=1}^{k} \nu_j\, e_j'' \qquad (4.3.14)$$

Im folgenden Abschnitt soll die Art der durch die zufälligen Koinzidenzen einer Na-22-Quelle hervorgerufenen Störungen auf die im Kapitel 4.3.1 beschriebenen Koinzidenzexperimente beschrieben werden und eine Abschätzung der Stärke dieser Störungen vorgenommen werden.

Die Art der Störungen der Experimente durch die zufälligen Koinzidenzen hängt nun davon ab, ob die zufälligen Koinzidenzen von einem Detektor oder von beiden Detektoren der Koinzidenzanordnung nachgewiesen werden.

Wird die zufällige Koinzidenz von nur einem Detektor nachgewiesen, so treten die gleichen Effekte auf, die auch durch den Nachweis einer echten Koinzidenz durch einen Detektor auftreten. Der registrierte Impuls gehört einem Summenkoinzidenzspektrum an und geht somit in den Verteilungen I_{T1}, I_{T2} und I_{T12} verloren. Maßgeblich für das Ausmaß dieser Störungen ist die Auflösungszeit $2\tau_D$ des Detektors. Der Vollständigkeit halber soll noch erwähnt werden, daß die durch zufällige Koinzidenzen erzeugten Summenkoinzidenzspektren stärker "verschmiert" sind, als die durch die echten Koinzidenzen erzeugten Summenkoinzidenzspektren. Die Form der am Ausgang des Detektors auftretenden Impulse hängt von der zeitlichen Verschiebung $\Delta\tau_R < 2\tau_D$ der beiden zufälligen Ereignisse ab, bei echten Koinzidenzen gilt $\Delta\tau_R = 0$.

Wird die zufällige Koinzidenz dagegen von den beiden Detektoren nachgewiesen, so werden mehr Koinzidenzen registriert, als man aufgrund des Zerfallsschemas des Radionuklids Na-22 erwarten kann, d.h. von dem angesteuerten Detektor werden zusätzlich Impulse registriert, die die Verteilungen der echten Koinzidenzen verfälschen können. Maßgeblich für das Ausmaß dieser Störungen ist dann die Auflösungszeit $2\tau_S$ der schnellen Koinzidenzstufe.

Als Maß für die Stärke der Störungen durch die zufälligen Koinzidenzen, die durch einen Detektor nachgewiesen werden, soll das Verhältnis aus der Anzahl N_{TR12} der nachgewiesen zufälligen Koinzidenzen zu der Anzahl N_{T12} der nachgewiesenen echten Koinzidenzen angegeben werden. Die Anzahl der zufälligen Summenkoinzidenzen ergibt sich nach Gleichung (4.3.13) unmittelbar zu:

$$N_{TR12} = 2\tau_D \, A^2 \, (\nu_1 e_1' + \nu_2 e_2')^2 \Delta t \qquad (4.3.15)$$

Für die Anzahl N_{T12} der echten Summenkoinzidenzen ergibt sich nach Glei-

chung (2.3.9):

$$N_{T12} = 2\, e_1'\, e_2'\, Q_c\, \Delta t = 2\, e_1'\, e_2'\, \nu_c\, A\, \Delta t \qquad (4.3.16)$$

Bildet man nun den Quotienten, so erhält man:

$$\left(\frac{N_{TR12}}{N_{T12}}\right)_D = \frac{\tau_D\, A\, (\nu_1\, e_1' + \nu_2\, e_2')^2}{\nu_c\, e_1'\, e_2'} \qquad (4.3.17)$$

Die Aktivität der verwendeten Na-22-Quelle betrug maximal 0.1 μCi $\hat{=}$ 222 10^3 m^{-1}. Nimmt man an, daß die beiden absoluten Wirkungsgrade e_1' und e_2' gleich sind und setzt man für τ_D den Wert von 0.5 μs $\hat{=}$ 8.33 10^{-9} m ein, so ergibt sich unter Verwendung der im Kapitel 4.1 angegebenen Werte für ν_1, ν_2 und ν_c:

$$\left(\frac{N_{TR12}}{N_{T12}}\right)_D \approx \frac{8.33\ 10^{-9}\ 222\ 10^3\ (2.811)^2}{0.906} \approx 0.016 \qquad (4.3.18)$$

Das bedeutet, daß die durch die zufälligen Koinzidenzen bedingten Störungen maximal 1.6% der nachgewiesenen echten Koinzidenzen betragen. Diese Störungen sind hinsichtlich der Verteilungen I_{T1} und I_{T2} zu vernachlässigen. Bezüglich des Summenkoinzidenzspektrums I_{T12} kann man den Einfluß der zufälligen Koinzidenzen ebenfalls vernachlässigen, wenn man die stärkere "Verschmierung" des zufälligen Summenkoinzidenzspektrums berücksichtigt.

Eine Abschätzung des Einflusses der zufälligen Koinzidenzen auf die von zwei Detektoren nachgewiesenen echten Koinzidenzen ist erheblich komplizierter, eine gute Näherung erhält man jedoch, wenn man die Auflösungszeit $2\tau_S$ der schnellen Koinzidenzstufe anstelle der Auflösungszeit $2\tau_D$ des Detektors in die Gleichung (4.3.15) einsetzt und wieder den Quotienten $(N_{TR12}/N_{T12})_S$ bestimmt. τ_S beträgt in diesem Fall 0.1 μs $\hat{=}$ 1.67 10^{-9} m. Man erhält dann:

$$\left(\frac{N_{TR12}}{N_{T12}}\right)_S \approx 0.003 \qquad (4.3.19)$$

Das bedeutet, daß der Einfluß der zufälligen Koinzidenzen auf die von dem angesteuerten Detektor registrierten Impulshöhenverteilungen ebenfalls zu vernachlässigen ist.

5 Die experimentelle Bestimmung des Peak/Total-Verhältnisses

5.1 Theoretische Grundlagen

Wie im Kapitel 3.2 ausgeführt wurde, gibt das Peak/Total-Verhältnis p den Zusammenhang zwischen der Anzahl N_T aller direkten Wechselwirkungen einer monoenergetischen Gammastrahlung mit einem Detektor und der Anzahl N_p derjenigen Wechselwirkungen an, bei denen die gesamte Gammaenergie an das Detektormaterial abgegeben wird. Die Impulszahl N_p, die der Peakfläche im Impulshöhenspektrum entspricht, läßt sich durch die Gleichung (3.2.6) angeben:

$$N_p = p\, N_T = p\, e\, Q\, \Delta t$$

Da man im allgemeinen die Peakfläche in einem Impulshöhenspektrum relativ genau bestimmen kann, stellt das Peak/Total-Verhältnis somit eine wichtige Größe dar, um den Zusammenhang zwischen der Quellstärke und der Anzahl aller direkten Wechselwirkungen, d.h. um den absoluten Wirkungsgrad einer Detektoranordnung zu bestimmen.

Für die Anzahl N aller Impulse in einem Spektrum einer monoenergetischen Gammaquelle gilt nach Gleichung (3.2.2) und Gleichung (3.2.3):

$$N = N_T + N_{Ts} = (e + e_s\, f_s)\, Q\, \Delta t$$

Die Verteilung N_{Ts} der Streuimpulse erstreckt sich über das gesamte Impulshöhenspektrum der direkten Wechselwirkungen. Eine Auftrennung der Impulszahl N in die Anteile N_T und N_{Ts} ist deshalb nicht möglich.

Bildet man nun zur Bestimmung des Peak/Total-Verhältnisses den Quotienten aus der Impulszahl N_p der Peakfläche und der Gesamtimpulszahl N, so erhält man:

$$\frac{N_p}{N} = p_{exp} = \frac{p\, e}{e + e_s f_s} = \frac{p}{1 + (e_s/e) f_s} = \frac{p}{1 + k_s} \qquad (5.1.1)$$

Diese Gleichung zeigt, daß die experimentell ermittelten Peak/Total-Verhältnisse p_{exp} systematisch zu klein sind, die Größe des systematischen Fehlers wird durch k_s angegeben.

Die Problematik bei der experimentellen Bestimmung von Peak/Total-Verhältnissen besteht nun darin, die Störung des Spektrum durch die Streustrahlung möglichst klein zu halten. Das ist bei einer einfachen Detektoranordnung nur dadurch zu erreichen, daß man das Volumen V_s der streuenden Materie in der Umgebung der Quelle möglichst klein hält und nur solche Materialien verwendet, die geringe Wirkungsquerschnitte für die Comptonstreuung und die Paarbildung haben. Die Verringerung des Streuvolumens V_s bewirkt einerseits eine Abnahme des Streufaktors f_s, andererseits wird der maximale Streuwinkel verkleinert, unter dem noch eine Wechselwirkung eines Streuquants mit dem Detektor möglich ist.

5.1.1 Einige Literaturwerte der Peak/Total-Verhältnisse für die Vernichtungsstrahlung

In der Tabelle 6 sind einige Werte für das Peak/Total-Verhältnis eines 3"x3" NaJ(Tl)-Detektors für die Vernichtungsstrahlung zusammengestellt. Die Abbildung 21 stellt eine graphische Zusammenfassung dieser Werte in Abhängigkeit von dem Quellenabstand d dar. Die Werte sind weitestgehend aus graphischen Darstellungen ermittelt worden, die Ablesegenauigkeit beträgt ca. 2%.

Tabelle 6 Literaturwerte des Peak/Total-Verhältnisses für E_{γ_2} = 0.511 MeV

Autoren \ d/cm	0.2	3.0	5.0	10.0	15.0	30.0	50.0
Heath (exp.)	0.63	0.63	0.64	0.64			
Leutz/Schulz (exp.)				0.63			0.51
Zerby/Moran (ber.)				0.68			
Weitkamp (ber.)					0.69	0.69	

H e a t h [2] bestimmte die Peak/Total-Verhältnisse für eine annähernd punktförmige Quelle bei verschiedenen Quellenabständen. Die Detektoranordnung wurde von einer 3" Bleiabschirmung mit den Abmessungen 40"x40"x37" gegen die Untergrundstrahlung abgeschirmt. Die durch die Abschirmung und die Probenhalterung bedingte Streustrahlung wurde durch die Subtraktion des Streupeaks zum Teil korrigiert.

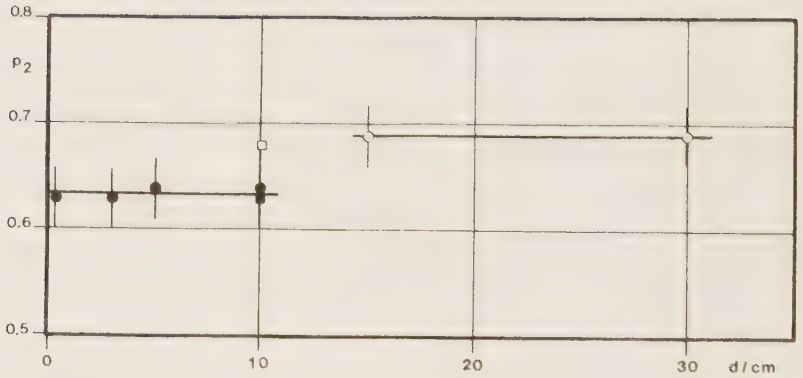


Abbildung 21 Das Peak/Total-Verhältnis p_2 eines 3"x3" NaJ(Tl)-Detektors für die Vernichtungsstrahlung in Abhängigkeit von dem Quellenabstand d (● Heath, ■ Leutz/Schulz, ○ Weitkamp, □ Zerby/Moran)

L e u t z und S c h u l z [21] bestimmten das Peak/Total-Verhältnis bei 10 cm Abstand ohne besondere Abschirmmaßnahmen. Bei dem Quellenabstand von 50 cm wurde die Quelle mit einer Bleiabschirmung umgeben, längs der Achse Quelle-Detektor wurde diese Abschirmung sowohl vor als auch hinter der Quelle durchbrochen. Die Autoren führen aus, daß bei dieser Anordnung der Einfluß von Streuungen zu vernachlässigen sei, jedoch liegen die bei diesem Abstand gemessenen Werte erheblich niedriger als diejenigen, die für den Quellenabstand von 10 cm bestimmt wurden; eine Tendenz, die durch die Werte der anderen Autoren nicht bestätigt wird.

Die in der Tabelle 6 angegebenen Werte von Z e r b y und M o r a n [22] und von W e i t k a m p [23] sind durch Monte-Carlo-Simulationen berechnete Werte.

Experimentelle Peak/Total-Verhältnisse für NaJ(Tl)-Detektoren anderer Abmessungen sind unter anderem bei L e u t z und S c h u l z, sowie bei W e i t k a m p [24] und bei K r e g e r und B r o w n [25] angegeben.

Zusammenfassend kann man aufgrund des vorliegenden Zahlenmaterials sagen, daß kein signifikanter Zusammenhang zwischen dem Peak/Total-Verhältnis eines

NaJ(Tl)-Detektors und dem Abstand der Quelle von dem Detektor besteht.

5.2 Die Bestimmung des Peak/Total-Verhältnisses für die Vernichtungsstrahlung durch ein Koinzidenzexperiment

Die 180°-Richtungskorrelation der Vernichtungsstrahlung erlaubt es, noch eine weitere Methode zur Verminderung des Einflusses der Streustrahlung auf das Spektrum anzuwenden.

Ordnet man zwei Detektoren D' und D" auf einer gemeinsamen Achse zu einer β^+-Quelle an und verwendet die im Kapitel 4.2.3 beschriebene Schaltung, so kann man das zu dem Gesamtenergiepeak der Vernichtungsstrahlung koinzidente Spektrum aufnehmen. Das so erhaltene Spektrum wird weniger durch die im Anticomptonschild erzeugte Streustrahlung gestört sein als bei einer einfachen Detektoranordnung, da in diesem Fall -wie in dem Kapitel 2.3.4 und dem Kapitel 4.3.1 gezeigt wurde- nicht mehr alle Streuquanten, sondern nur die in dem effektiven Streuvolumen $\bar{V}_s''$ erzeugten Streuquanten nachgewiesen werden können.

5.2.1 Das zu dem Summenpeak im Na-22-Spektrum koinzidente Spektrum

Verwendet man zur Bestimmung des Peak/Total-Verhältnisses der Vernichtungsstrahlung keinen reinen β^+-Strahler, sondern z.B. Na-22, so wird zu der Vernichtungsstrahlung 2 eine nicht richtungskorrelierte typische Gammastrahlung 1 koinzident ausgesendet. Um auch die Störungen durch die typische Gammastrahlung auszuschließen, muß man in diesem Fall den Summenpeak der Vernichtungsstrahlung und der typischen Gammastrahlung zur Steuerung des Detektors D' verwenden. Vernachlässigt man die Korrekturfaktoren k_q und k_v, was bei nicht zu ausgedehnten Quellen zu keinem nennenswerten systematischen Fehler führt (cf. Kapitel 2.4), so gilt für die Anzahl N''_{T12} der von dem Detektor D" in dem Zeitintervall Δt nachgewiesen Koinzidenzen zwischen der typischen Gammastrahlung 1 und der Vernichtungsstrahlung 2 entsprechend Gleichung (2.3.9):

$$N''_{T12} = 2\, e''_1\, e''_2\, Q_c\, \Delta t \qquad (5.2.1)$$

Die Wahrscheinlichkeit dafür, daß die in dem Detektor stattfindenden Wechsel-

Einkanalen zu einer vollständigen Absorption der jeweiligen Gammastrahlung führen, wird durch die beiden Peak/Total-Verhältnisse p''_1 und p''_2 beschrieben. Die Wahrscheinlichkeit p''_{12} dafür, daß sowohl das typische Gammaquant als auch das Vernichtungsquant ihre gesamte Energie an das Detektormaterial abgeben, beträgt dann:

$$p''_{12} = p''_1 \, p''_2 \qquad (5.2.2)$$

Stellt man nun den Einkanaldiskriminator auf den Summenpeak ein, so gilt für die Anzahl N''_{P12} der maximal im Zeitintervall Δt auftretenden Steuerimpulse:

$$N''_{P12} = 2 \, e''_1 \, e''_2 \, f''_{p12} \, Q_c \, \Delta t \quad \text{mit} \quad f''_{p12} \approx p''_{12} \qquad (5.2.3)$$

f''_{p12} bezeichnet hierbei die tatsächlich eingestellte Fraktion, die im allgemeinen nicht genau den Peak erfaßt.

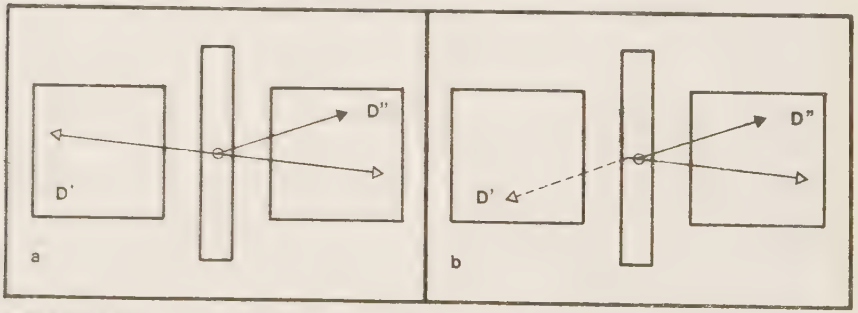


Abbildung 11: Das zu dem Summenpeak koinzidente Spektrum
(——▶ typisches Gammaquant, ——▷ Vernichtungsquant,
- - - ▷ Streuquant des Vernichtungsquants)

In der Abbildung 11 sind nun die möglichen Wechselwirkungen mit dem Detektor D' skizziert, die koinzident zu einem Impuls im Summenpeak der Impulshöhenverteilung N''_{P12} am Detektor D" auftreten können. Hierbei sind nur einfache Streuprozesse berücksichtigt worden.

a. Das zu dem das Steuersignal erzeugenden Quanten koinzidente Vernichtungsquant wird von dem Detektor D' nachgewiesen. Hierbei muß die Richtungskorrelation zwischen den beiden Vernichtungsquanten berücksichtigt werden. Be-

zeichnet man wieder mit e_{cv} den absoluten Koinzidenzwirkungsgrad der Koinzidenzanordnung für die Vernichtungsstrahlung (cf. Kapitel 2.2.3), so gilt für die Anzahl ${}^{3}N'_{T2}$ der durch direkte Wechselwirkung des Vernichtungsquants im Detektor D' erzeugten Impulse nach Gleichung (2.2.31) und Gleichung (2.3.9):

$$ {}^{3}N'_{T2} = 2\, e''_1\, e_{cv}\, f''_{p12}\, Q_c\, \Delta t \qquad (5.2.4) $$

Auf den Gesamtenergiepeak ${}^{3}N'_{p2}$ entfallen davon

$$ {}^{3}N_{p2} = p'_2\, {}^{3}N'_{T2} = 2\, p'_2\, e''_1\, e_{cv}\, f''_{p12}\, Q_c\, \Delta t \qquad (5.2.5) $$

Impulse.

b. Das zu den das Steuersignal erzeugenden Quanten koinzidente Vernichtungsquant wird in dem effektiven Streuvolumen $\bar{V}''_s$ gestreut, das Streuquant wird von dem Detektor D' nachgewiesen. Die Anzahl ${}^{3}N'_{Ts2}$ der auf diese Weise von dem Detektor D' nachgewiesenen Streuquanten ergibt sich durch die sinngemäße Verwendung der Gleichung (2.3.20) und der Gleichung (2.3.37) bei Vernachlässigung der Korrekturfaktoren zu:

$$ {}^{3}N'_{Ts2} = 2\, e''_1\, e''_2\, f''_{p12}\, \bar{e}'_{s2}\, \frac{\bar{f}''_{s2}}{f''_g}\, Q_c\, \Delta t \qquad (5.2.6) $$

Faßt man die unter a. und b. beschriebenen Wechselwirkungen zusammen, so erhält man für die Anzahl ${}^{3}N'_2$ aller durch die Vernichtungsstrahlung erzeugten Impulse Detektor D'.

$$ {}^{3}N'_2 = {}^{3}N'_{T2} + {}^{3}N'_{Ts2} = 2\, e''_1\, e_{cv}\, f''_{p12}\, Q_c\, \Delta t \left(1 + \frac{e''_2\, \bar{e}'_{s2}\, \bar{f}''_{s2}}{e_{cv}\, f''_g}\right) \qquad (5.2.7) $$

Bildet man zur Bestimmung des Peak/Total-Verhältnisses wieder den Quotienten aus der Anzahl ${}^{3}N'_{p2}$ der Impulse im Gesamtenergiepeak und der Anzahl ${}^{3}N'_2$ aller Impulse im Spektrum, so erhält man:

$$ p'_{2exp} = \frac{{}^{3}N'_{p2}}{{}^{3}N'_2} = \frac{p'_2}{1 + (e''_2\, \bar{e}'_{s2}\, \bar{f}''_{s2}/e_{cv}\, f''_g)} = \frac{p'_2}{1 + \bar{k}''_s} \qquad (5.2.8) $$

5.2.2 Zusammenstellung und Diskussion der experimentell ermittelten Werte

Mit dem oben beschriebenen Verfahren wurden die Peak/Total-Verhältnisse p'_{2exp} und p''_{2exp} der beiden NaJ(Tl)-Detektoren D' und D" für unterschiedliche Quellenabstände und verschiedene Quellentypen bestimmt. Die Aktivität der verwendeten Na-22-Quellen betrug ca. 0.1 μCi $\hat{=}$ 222 10^3 m^{-1}. Die Energieauflösung der Detektoren für den Summenpeak (1.786 MeV) betrug ungefähr 7%, die Fraktion f''_{p12} bzw f'_{p12} wurde auf zwei Halbwertsbreiten des Summenpeaks eingestellt, d.h. alle Impulse zwischen 1.660 MeV und 1.910 MeV wurden zur Ansteuerung des linearen Gates verwendet. Die Schwellen der "constant fraction trigger" waren auf ca. 0.02 MeV eingestellt. Die Zeitauflösung der schnellen Koinzidenzstufe betrug 0.3 μs, die der langsamen Koinzidenzstufe 1 μs. Die Impulse des gesteuerten Detektors wurden mit einem 1024-Kanal-Impulshöhenanalysator registriert, die Verstärkung betrug ca. 1.6 KeV/Kanal. Die Meßzeiten lagen bei 10 h für die kleinen Abstände und bei 20 h für die größeren Quellenabstände.

Die Abbildung 23 zeigt das so aufgenommene Spektrum einer annähernd punktförmigen Quelle (Typ P) für den Quellenabstand d = 2.39 cm. Ein Einfluß der Streustrahlung ist nicht unmittelbar zu erkennen.

Zur Auswertung des Gesamtenergiepeaks wurde der Untergrund unter dem Peak als linear angenommen. Die Untergrundsgerade wurde durch geeignete Stützpunkte links und rechts des Peaks durch Ausgleichsrechnung bestimmt. Die Anzahl der Impulse im Peak wurde dann durch Simpson-Integration der Nettowerte bestimmt. Zur Ermittlung aller Impulse des Spektrum wurde zunächst der "Nullpunkt" des Spektrums bestimmt und die Impulshöhenverteilung der ersten zwanzig nicht leeren Kanäle bis zu diesem Nullpunkt extrapoliert. Anschliessend wurde über das gesamte Spektrum summiert.

In den Tabellen 7a-c und 8a-c sind die so erhaltenen Werte für die Peak/Total-Verhältnisse p'_{2exp} und p''_{2exp} der beiden Detektoren für die drei Quellentypen P, F und Z zusammengestellt.

Betrachtet man die Werte für die verschiedenen Quellengeometrien bei gleichen Quellenabständen, so kann man keinen Einfluß der Quellengeometrie auf

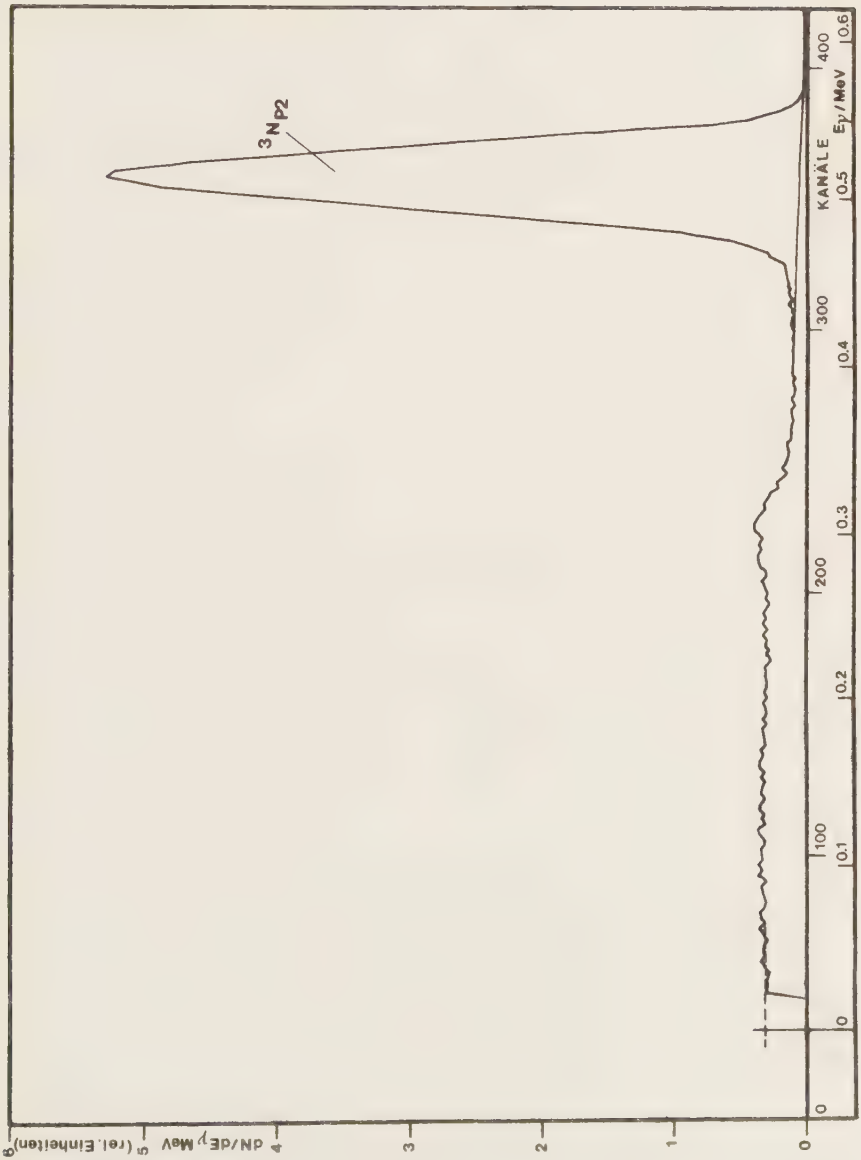


Abbildung 23 Das zu dem Summenpeak einer punktförmigen Na-22-Quelle koinzidente Spektrum (Abstand d = 2.39 cm)

[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]	[illegible]	562e03	[illegible]	[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]	0.002	301600	[illegible]	[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]	0.002	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]	0.003	174400	[illegible]	[illegible]	[illegible]
10.39	30286	0.006	45180	[illegible]	[illegible]	[illegible]

Tabelle 7b Peak/Total-Verhältni[illegible]

[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
[illegible]	737506	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
[illegible]	514643	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
[illegible]	348921	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
[illegible]	208031	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
[illegible]	512837	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
[illegible]	124638	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
10.39	39537	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]

[illegible]

[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]	0.000	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
[illegible]	117343	0.003	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
[illegible]	36269	0.006	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]

Tabelle 8a Peak/Total-Verhältnisse p''_{2exp} (Detektor D", Quellentyp P)

d/cm	$^3N''_{P2}$	$d(^3N''_{P2})$ rel.	$^3N''_2$	$d(^3N''_2)$ rel.	p''_{2exp}	$d\,p''_{2exp}$ rel.
1.39	723476	0.002	1190900	0.001	0.6075	0.002
1.89	521809	0.002	834900	0.001	0.6250	0.002
2.39	360536	0.002	565900	0.001	0.6371	0.002
3.39	212027	0.002	326800	0.002	0.6488	0.003
4.39	554348	0.002	846200	0.001	0.6551	0.002
6.39	129880	0.003	194700	0.003	0.6671	0.004
10.39	35741	0.005	53020	0.005	0.6741	0.007

Tabelle 8b Peak/Total-Verhältnisse p''_{2exp} (Detektor D", Quellentyp F)

d/cm	$^3N''_{P2}$	$d(^3N''_{P2})$ rel.	$^3N''_2$	$d(^3N''_2)$ rel.	p''_{2exp}	$d\,p''_{2exp}$ rel.
1.39	701163	0.002	1155000	0.001	0.6071	0.002
1.89	564908	0.002	905300	0.001	0.6240	0.002
2.39	345485	0.002	540800	0.001	0.6388	0.002
3.39	236964	0.002	367400	0.002	0.6450	0.003
4.39	483509	0.002	735000	0.001	0.6578	0.002
6.39	119253	0.003	179100	0.003	0.6658	0.004
10.39	32097	0.006	47630	0.005	0.6739	0.008

Tabelle 8c Peak/Total-Verhältnisse p''_{2exp} (Detektor D", Quellentyp Z)

d/cm	$^3N''_{P2}$	$d(^3N''_{P2})$ rel.	$^3N''_2$	$d(^3N''_2)$ rel.	p''_{2exp}	$d\,p''_{2exp}$ rel.
1.39	728096	0.002	1194000	0.001	0.6098	0.002
1.89	534108	0.002	859300	0.001	0.6216	0.002
2.39	317625	0.002	501000	0.001	0.6340	0.002
3.39	241874	0.002	371900	0.002	0.6504	0.003
4.39	427533	0.002	658700	0.001	0.6491	0.002
6.39	122864	0.003	183900	0.003	0.6681	0.004
10.39	33439	0.006	49670	0.005	0.6732	0.008

das Peak/Total-Verhältnis feststellen; die Werte stimmen innerhalb der Fehlergrenzen gut überein. Weiterhin ist kein signifikanter Unterschied zwischen den beiden Detektoren zu erkennen.

Mit zunehmendem Quellenabstand ist dagegen eine Zunahme des Peak/Total-Verhältnisses zu erkennen. Inwieweit dieser Gang auf eine Änderung des Peak/Total-Verhältnisses oder auf den schwächer werdenden Einfluß der Streuquanten aus dem effektiven Streuvolumen $\bar{V}_s$ auf das Spektrum zurückzuführen ist, läßt sich zunächst nicht entscheiden.

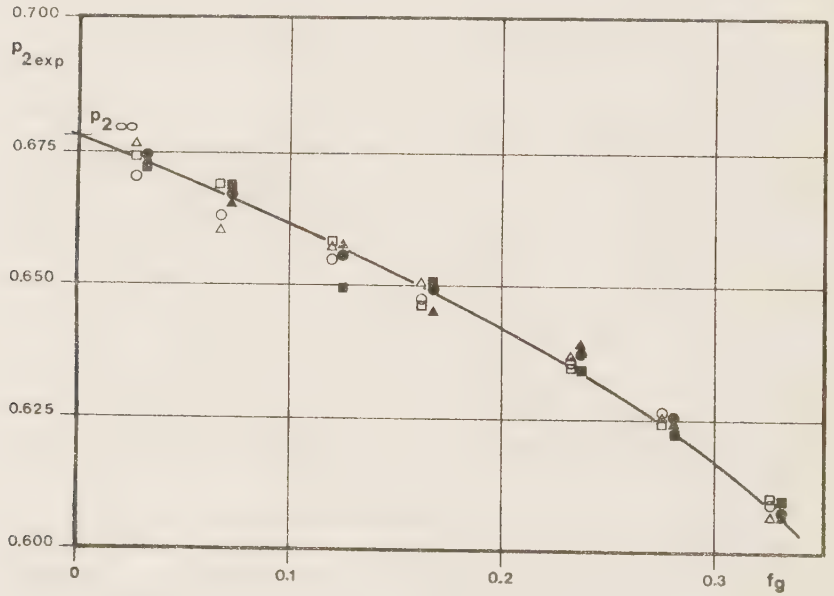


Abbildung 24 Abhängigkeit der Peak/Total-Verhältnisse p_{2exp} vom Geometriefaktor f_g (p'_{2exp}: ○ Typ P, △ Typ F, □ Typ Z; p''_{2exp}: ● Typ P, ▲ Typ F, ■ Typ Z)

Trägt man die experimentell bestimmten Peak/Total-Verhältnisse p_{2exp} über dem Geometriefaktor f_g für eine ideal punktförmige Quelle auf und extrapoliert auf $f_g = 0$, so erhält man das Peak/Total-Verhältnis für den Quellenabstand $d = \infty$. Ein Einfluß durch Streuquanten aus dem effektiven Streuvolumen $\bar{V}_s$ liegt bei diesem Wert nicht mehr vor, denn es gelten folgende Grenz-

$$\lim_{\substack{f \to 0 \\ g}} \bar{V}_s = 0 \Rightarrow \lim_{\substack{f \to 0 \\ g}} \bar{f}_{s2} = 0 \Rightarrow \lim_{\substack{f \to 0 \\ g}} \bar{k}_s = 0 \qquad (5.2.9)$$

Die Abbildung 24 zeigt die Abhängigkeit der Peak/Total-Verhältnisse p_{2exp} von dem Geometriefaktor f_g. Die Extrapolation ergibt einen Wert von:

$$p_{2\infty} = 0.678\ (1.0 \pm 0.005) \qquad (5.2.10)$$

Vergleicht man diesen Wert mit den in der Tabelle 6 zusammengestellten Literaturwerten, so stellt man eine gute Übereinstimmung mit den berechneten Werten fest. Daß das hier bestimmte Peak/Total-Verhältnis trotz der Korrektur der aus der Umgebung der Quelle herrührenden Streuquanten immer noch etwas kleiner als die berechneten Werte ist, kann darauf zurückgeführt werden, daß der Einfluß derjenigen Streuungen, die an der Detektorabschirmung und dem Photomultiplier auftreten, auch mit dieser Methode nicht korrigiert wird. Die experimentell bestimmten Literaturwerte sind dagegen erheblich kleiner als der extrapolierte Wert. Diese Abweichungen können eventuell darauf zurückgeführt werden, daß bei jenen Experimenten nur ein Teil der Streustrahlung aus der Umgebung der Quelle korrigiert worden ist.

5.2.3 Abschätzung des Streufaktors für eine punktförmige Quelle

Löst man die Gleichung (5.2.8) nach $\bar{k}''_s$ auf, so ergibt sich:

$$\bar{k}''_s = \frac{e''_2\, e'_{s2}}{e_{cv}\, f''_g}\, \bar{f}''_{s2} = \frac{p'_2}{p'_{2exp}} - 1 \qquad (5.2.11)$$

Setzt man voraus, daß sich das Peak/Total-Verhältnis nur unwesentlich mit dem Quellenabstand ändert, was durch die Literaturwerte nahegelegt wird, so kann man in dieser Gleichung p'_2 durch den extrapolierten Wert $p_{2\infty}$ ersetzen. Löst man nach $\bar{f}''_{s2}$ auf, so ergibt sich:

$$\bar{f}''_{s2} = \left(\frac{p'_{2exp}}{p_{2\infty}} - 1\right) \frac{e_{cv}\, f''_g}{e''_2\, e'_{s2}} \qquad (5.2.12)$$

Ersetzt man e_{cv} in dieser Gleichung durch eine Näherung, die für eine punktförmige Quelle, symmetrische Detektoranordnung und große Quellenabstände gilt

$$e_{cv} \approx \frac{e'_2\, e''_2}{f''_g}\ , \qquad (5.2.13)$$

ist somit:

$$\bar{f}''_{s2} \approx \left(\frac{p'_{2\exp}}{p_{2\infty}} - 1\right) \frac{e'_2}{e'_{s2}} \approx \bar{k}''_s \frac{e'_2}{e'_{s2}} . \qquad (5.2.14)$$

Unter Verwendung der Gleichungen (1.7.5), (1.7.7) und (1.7.11) läßt sich der Streufaktor $\bar{f}''_{s2}$ berechnen, wenn man berücksichtigt, daß das Streuvolumen $\bar{V}''_s$ sich nicht über den gesamten Raumwinkel $\Omega = 4\pi$ erstreckt und die Integration über das Quellvolumen entfallen kann, da es sich um eine punktförmige Quelle handeln soll.

$$\bar{f}''_{s2i} = \frac{S_{Ci}}{Q_c} = \frac{\sigma_i}{\mu_i} \frac{1}{4\pi} \int_{\Omega_s(\mathcal{K}_o)} \prod_{k=1}^{i-1} f_{ak}(\mathcal{K}_o, \mathcal{M})(1 - \exp(-\mu_i S_i(\mathcal{K}_o, \mathcal{M}))) \, d\Omega \qquad (5.2.15)$$

Die Indizes i und k beziehen sich wieder auf die jeweiligen Absorber.

Für eine punktförmige Quelle, die auf der Achse des Detektors angeordnet ist,

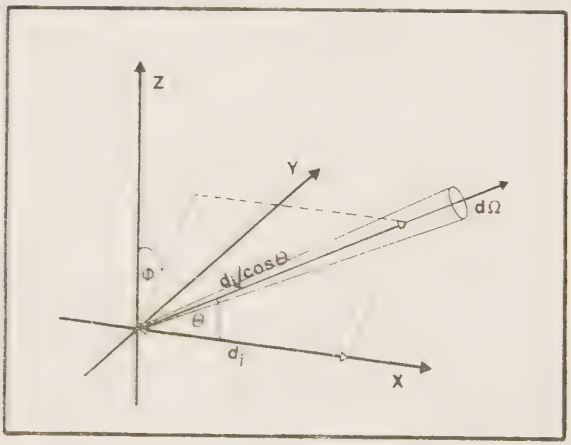


Abbildung 25
Der Zusammenhang zwischen den Größen $d\Omega$ und $(d\Theta, d\Phi)$ sowie zwischen $S_i(\mathcal{K}_o, \mathcal{M})$ und $S_i(\Theta)$

gilt für den infinitissimalen Raumwinkel $d\Omega$:

$$d\Omega = \sin\Theta \, d\Theta \, d\Phi \qquad (5.2.16)$$

Θ bezeichnet hierbei den Winkel der Ausbreitungsrichtung $\mathcal{M}$ gegen die Detektorachse und Φ den Winkel gegen einen beliebigen, aber festen Radius (siehe Abbildung 25). Für die Wegstrecke $S_i(\mathcal{K}_o, \mathcal{M})$ in einem Absorber i mit der

Dicke d_i gilt dann:

$$S_i(\varkappa_o, \mathcal{M}) \approx S_i(\Theta) = \frac{d_i}{\cos\Theta} \qquad (5.2.17)$$

Setzt man die Beziehungen (5.2.16) und (5.2.17) in die Gleichung (5.2.15) ein und vernachlässigt die Absorption durch die anderen Absorber, so ergibt sich der Streufaktor $\bar{f}''_{s2i}$ für den i. Absorber zu:

$$\bar{f}''_{s2i} \approx \frac{\sigma_i}{\mu_i} \frac{1}{4\pi} \int_{2\pi} \int_{\Theta_g} \left(1 - \exp\left(-\mu_i \frac{d_i}{\cos\Theta}\right)\right) \sin\Theta \; d\Theta \, d\Phi =$$

$$= \frac{\sigma_i}{\mu_i} \frac{1}{2} \int_{\Theta_g} \left(1 - \exp\left(\mu_i \frac{d_i}{\cos\Theta}\right)\right) \sin\Theta \; d\Theta \qquad (5.2.18)$$

Die Streufaktoren $\bar{f}_{sPx}$ und $\bar{f}_{sCu}$ wurden nun durch numerische Integration der Gleichung (5.2.18) für die Probenkapsel (d_{Px} = 0.35 cm, μ_{Px} = 0.098 cm^{-1}, $\sigma_{Px}/\mu_{Px} \approx 1.0$ (Px ≡ Plexiglas)) und die Kupferabschirmung (d_{Cu} = 0.2 cm, μ_{Cu} = 0.736 cm^{-1}, σ_{Cu}/μ_{Cu} = 0.956) für die verschiedenen Quellenabstände berechnet. Die Genauigkeit dieser Werte beträgt ca. 1%. Die $\bar{k}_s$-Werte wurden nach Gleichung (5.2.11) aus den Mittelwerten der experimentell ermittelten Peak/Total-Verhältnisse für die beiden Detektoren berechnet. Die Werte für $\bar{f}_{sPx}$ und $\bar{f}_{sCu}$ sowie $\bar{k}_s$ sind in der Tabelle 9 zusammengefaßt und in der Abbildung 26 als Funktion des Geometriefaktors dargestellt.

Tabelle 9 Vergleich von $\bar{f}_{s2}$(ber.) und $\bar{k}_s$(exp.)

d/cm	Θ_g	f_g	$\bar{f}_{sCu}$	$\bar{f}_{sPx}$	$\bar{f}_{s2}$	$\bar{k}_s$	$d\bar{k}_s$ rel.
1.39	69.96	0.3286	0.0662	0.0179	0.0841	0.1140	0.056
1.89	63.62	0.2778	0.0506	0.0135	0.0641	0.0846	0.084
2.39	57.90	0.2343	0.0401	0.0106	0.0507	0.0673	0.115
3.39	48.34	0.1676	0.0265	0.0069	0.0334	0.0471	0.196
4.39	40.95	0.1224	0.0182	0.0048	0.0230	0.0327	0.185
6.39	30.81	0.0704	0.0099	0.0026	0.0125	0.0214	0.476
10.39	20.14	0.0306	0.0041	0.0011	0.0052	0.0068	1.626

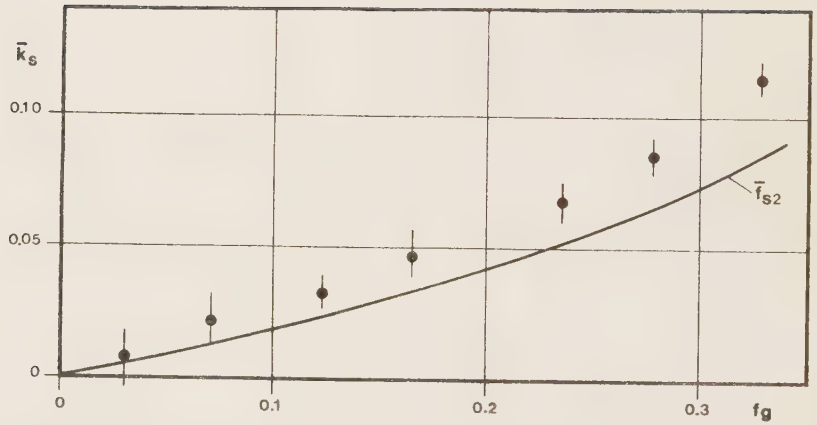


Abbildung 26 Die berechneten Streufaktoren $\bar{f}_{s2}$ und die experimentell bestimmten $\bar{k}_s$-Werte in Abhängigkeit von dem Geometriefaktor f_g
(—— $\bar{f}_{s2}$(ber.), ● $\bar{k}_s$(exp.))

Wie man erkennen kann, sind die $\bar{k}_s$-Werte sämtlich größer als die berechneten Streufaktoren. Trotz der großen Fehler der $\bar{k}_s$-Werte und der bei der Berechnung eingeführten Näherungen kann man daraus schließen, daß der Quotient aus den beiden absoluten Wirkungsgraden $\bar{e}_{s2}$ und e_2 (cf. Gleichung (5.2.14)) größer als 1 sein muß. Zerlegt man die beiden Wirkungsgrade entsprechend Gleichung (1.8.2) und Gleichung (1.6.3), so gilt:

$$\frac{\bar{e}_{s2}}{e_2} = \frac{\bar{f}_{gs}}{f_g}\,\frac{\bar{f}_{as2}}{f_{a2}}\,\frac{\bar{f}_{es2}}{f_{e2}} \geq 1 \qquad (5.2.19)$$

Der Gesamtwechselwirkungsquerschnitt μ ist eine Funktion der Gammaenergie und nimmt mit abnehmender Gammaenergie zu. Die Energie der Streuquanten ist stets kleiner als die Energie der nicht gestreuten Quanten (cf. Gleichung (3.2.5)). Somit gilt wegen der Gleichungen (1.5.4) und (1.5.5) für den Quotienten der Ansprechwahrscheinlichkeiten:

$$\frac{\bar{f}_{es2}}{f_{e2}} \geq 1 \qquad (5.2.20)$$

Die Zunahme des Gesamtwechselwirkungsquerschnitts μ für die Streustrahlung hat aber auch zur Folge, daß die Streustrahlung stärker von der Absorbermaterie geschwächt wird als die ungestreuten Quanten. Andererseits sind die

Entstehungsorte der Streuquanten über den gesamten Bereich des effektiven Streuvolumens $\bar{V}_s$ verteilt, so daß ein Streuquant im allgemeinen nicht die gesamte von der ungestreuten Strahlung in dem Absorbermaterial zurückzulegende Strecke zu durchlaufen hat. Wegen dieser beiden entgegengesetzten Effekte läßt sich über den Quotienten der Gesamtschwächungsfaktoren nichts aussagen.

Für den Quotienten der beiden der beiden Geometriefaktoren würde bei isotroper Aussendung der Streustrahlung ein Wert von annähernd 1 gelten; bei einem Comptoneffekt werden aber die kleineren Streuwinkel bevorzugt, sodaß auch in diesem Fall

$$\frac{f_{gs}}{f_g} \geq 1 \qquad (5.2.21)$$

gilt.

Zusammenfassend kann man sagen, daß die experimentell ermittelten $\bar{k}_s$-Werte und die berechneten Gesamtstreufaktoren unter Berücksichtigung der durch den Quotienten der Wirkungsgrade bedingten systematischen Abweichung recht gut übereinstimmen. Das bedeutet aber, daß die Annahme, daß sich das Peak/Total-Verhältnis nur unwesentlich mit dem Quellenabstand ändert, nicht durch das Experiment widerlegt wird.

Aus diesem Grund soll im Weiteren gelten:

$$p_2'(d) = p_2''(d) = p_{2\infty} = \text{const.} \qquad (5.2.22)$$

6 Die experimentelle Bestimmung des Quotienten aus dem Koinzidenzwirkungsgrad und dem Einzelwirkungsgrad einer Detektoranordnung für die Vernichtungsstrahlung

6.1 Theoretische Grundlagen

6.1.1 Das zu dem Gesamtenergiepeak der Vernichtungsstrahlung koinzidente Spektrum

Betrachtet man noch einmal den in Abbildung 27 dargestellten Energiebereich, der bei diesem Experiment zur Triggerung des Detektors D' verwendet wird, so kann man erkennen, daß die meisten Steuersignale durch solche direkten Wechselwirkungen eines Vernichtungsquants mit dem Detektor D" erzeugt werden, bei denen das Vernichtungsquant seine gesamte Energie an den Detektor abgibt. Die Anzahl dieser Steuersignale ist proportional zu dem in der Abbildung einfach schraffierten Bereich und entspricht annähernd der Anzahl

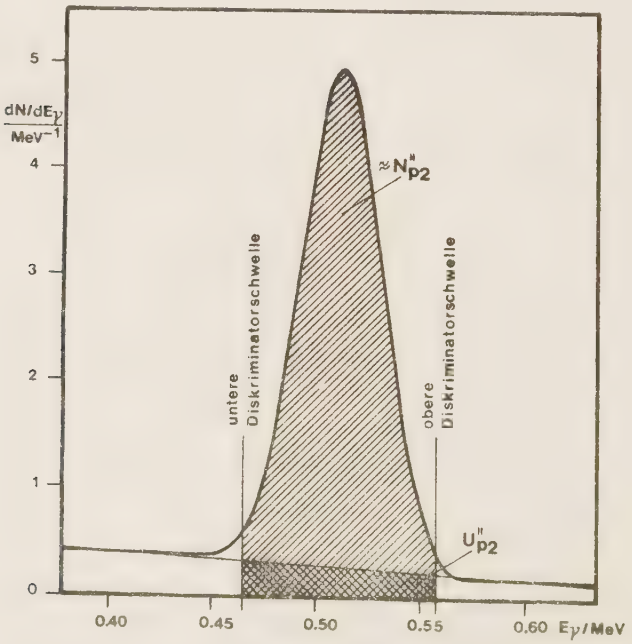


Abbildung 27 Triggerbereich (1) ($\sim N''_{P2}$, E_γ= 0.511 MeV)

N''_{P2} der Impulse im Gesamtenergiepeak der Vernichtungsstrahlung. Alle anderen Wechselwirkungen der Gammastrahlungen mit dem Detektor D" einschließlich der zweifachen und dreifachen Summenkoinzidenzen tragen zu dem hier als linear eingezeichneten Untergrund U''_{P2} bei. Die Anzahl dieser Steuersignale entspricht dem in der Abbildung doppelt schraffierten Bereich. Die stärksten Beiträge zu diesem Untergrund liefern hierbei die Verteilungen I''_{T1} und I''_{T12}.

Wie man der Tabelle 3 entnehmen kann, setzt sich das zu diesem Energiebereich koinzidente Spektrum aus einer großen Anzahl unterschiedlicher Verteilungen (I'_{T2}, I'_{Ts2}, $I'_{T\bar{s}2}$, I'_{T1}, I'_{Ts1}, I'_{T12}, $I'_{T1\bar{s}2}$, $I'_{Ts1\bar{s}2}$, $I'_{T2\bar{s}2}$, I'_{Ts2s2}) zusammen. Die Auswertung dieses Spektrums kann deshalb nur über diejenigen Verteilungen erfolgen, die ausgeprägte Gesamtenergiepeaks besitzen. Es sind dies die Verteilungen I'_{T2}, I'_{T1} und I'_{T12}, die durch die direkten Wechselwirkungen der Vernichtungsstrahlung und der typischen Gammastrahlung mit dem Detektor D' hervorgerufen werden. In den folgenden Kapiteln sollen nun die quantitativen Beziehungen für diese drei Verteilungen entwickelt werden.

6.1.1.1 Das Spektrum der Vernichtungsstrahlung

In der Abbildung 28 sind alle diejenigen Wechselwirkungen der Gammastrahlungen einer Na-22-Quelle mit dem Detektor D" zusammengestellt, die zu einem Steuersignal führen können, zu dem ein koinzidentes Vernichtungsquant existiert, das eine direkte Wechselwirkung mit dem Detektor D' haben kann. Mit Ausnahme der in der Abbildung 28 unter a, d und f skizzierten Wechselwirkungen werden die Steuersignale dabei durch eine Summenkoinzidenz in dem Detektor D" erzeugt, d.h. bei der Koinzidenz werden alle drei bei einem Kernzerfall emittierten Gammaquanten bzw. deren Streuquanten benötigt. In diesen Fällen können keine Störungen auftreten. (Der Einfluß von Pseudokoinzidenzen kann wegen des Anticomptonschildes vernachlässigt werden (cf. Kapitel 4.3.2).) In den Fällen, in denen das Steuersignal durch die Wechselwirkung nur eines Gammaquants mit dem Detektor D" erzeugt wird, existiert noch ein "freies" Gammaquant und man muß die möglichen Wechselwirkungen dieses Quants mit einem der beiden Detektoren berücksichtigen. Soweit diese Wechselwirkungen mit dem Detektor D" erfolgen, sind sie in der Abbildung 28 berücksichtigt, da in diesem Fall eine Summenkoinzidenz vorliegt, die ihrerseits Steuersignale hervorrufen kann.

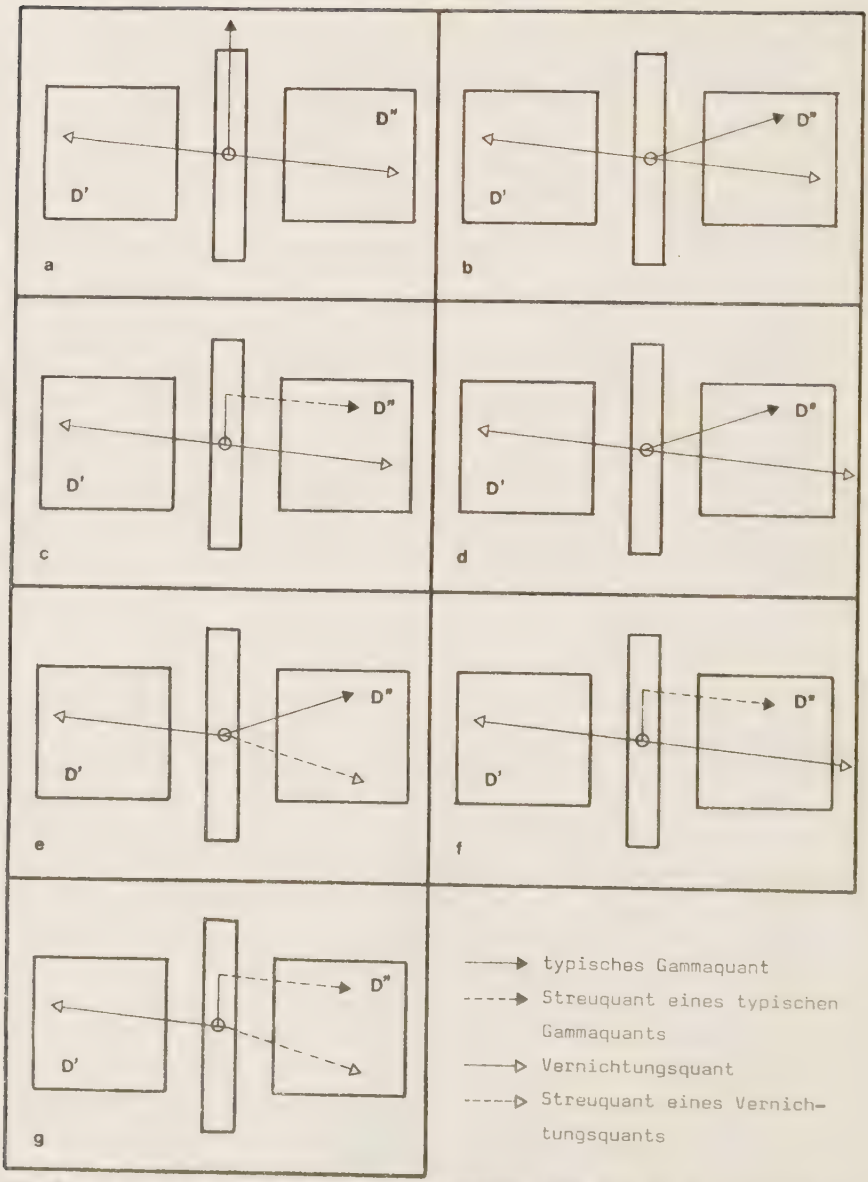


Abbildung 28 Die Wechselwirkungen des Detektors D" mit den Strahlungen einer Na-22-Quelle, die den direkten Nachweis eines koinzidenten Vernichtungsquants im Detektor D' triggern

a. Beide Vernichtungsquanten haben eine direkte Wechselwirkung mit den beiden Detektoren, das eine Vernichtungsquant gibt dabei seine gesamte Energie an den Detektor D" ab. Das Steuersignal wird also durch einen Impuls der Verteilung I''_{T2} erzeugt. Das zu den beiden Vernichtungsquanten koinzidente typische Gammaquant hat weder eine direkte noch eine indirekte Wechselwirkung mit einem der beiden Detektoren. Bei Abwesenheit der typischen Gammastrahlung und einer im Steuerkreis eingestellten Fraktion $f''_{p2} \approx p''_2$ ergibt sich die maximale Anzahl ${}^1_aN'_{T2max}$ der in dem Detektor D' registrierten direkten Wechselwirkungen eines Vernichtungsquants zu:

$$ {}^1_aN'_{T2max} = 2\, e_{cv}\, f''_{p2}\, Q_{\beta^+}\, \Delta t = 2\, e_{cv}\, f''_{p2}\, Q_c\, \Delta t \qquad (6.1.1) $$

Hierbei bezeichnet e_{cv} wieder den Koinzidenzwirkungsgrad der Koinzidenzanordnung für die Vernichtungsstrahlung und Q_c die Koinzidenzquellstärke einer Na-22-Quelle für die Vernichtungsstrahlung; sie entspricht annähernd der β^+-Quellstärke Q_{β^+} (Gleichung 4.1.2).

Die Wechselwirkungen eines typischen Gammaquants oder dessen in dem Absorbervolumen V_s mit der Streuwahrscheinlichkeit f_{s1} erzeugten Streuquants mit einem der beiden Detektoren haben nun unterschiedliche Folgen. Wird das typische Gammaquant oder dessen Streuquant zusätzlich von dem Detektor D" nachgewiesen (Abbildung 28b und Abbildung 28c), so entspricht die an den Detektor abgegebene Energie nicht der Diskriminatoreinstellung, d.h. es tritt kein Steuersignal auf. Die auf diese Weise nachgewiesenen Summenkoinzidenzen gehören den Verteilungen I''_{T12} und I''_{Ts12} an. Die entsprechenden Wechselwirkungen mit dem Detektor D' haben zur Folge, daß koinzident zu dem Steuersignal ein Impuls registriert wird, der den Summenkoinzidenzspektren I'_{T12} oder I'_{Ts12} angehört und nicht der Verteilung I'_{T2}. In diesem Falle treten Verluste in dem vom Detektor D' registrierten Spektrum I'_{T2} der Vernichtungsstrahlung auf.

Berücksichtigt man die durch die typische Gammastrahlung hervorgerufenen Störungen, so erhält man für die Anzahl ${}^1_aN'_{T2}$ der von dem Detektor D' insgesamt registrierten ungestörten direkten Wechselwirkungen mit den Vernichtungsquanten:

$$ {}^{1}_{a}N'_{T2} = {}^{1}_{a}N'_{T2max} - 2\, e_{cv}\, e'_1\, f''_{p2}\, Q_c\, \Delta t - 2\, e_{cv}\, e'_{s1}\, f_{s1}\, f''_{p2}\, Q_c\, \Delta t - $$

$$ - 2\, e_{cv}\, e''_1\, f''_{p2}\, Q_c\, \Delta t - 2\, e_{cv}\, e''_{s1}\, f_{s1}\, f''_{p2}\, Q_c\, \Delta t = $$

$$ = 2\, e_{cv}\, f''_{p2}\, Q_c\, \Delta t\, (1 - (e'_1 + e'_{s1}\, f_{s1}) - (e''_1 + e''_{s1}\, f_{s1})) \quad (6.1.2) $$

Diese Gleichung kann man auch interpretieren als das Produkt der maximal nachgewiesenen Koinzidenzen zweier Vernichtungsquanten mit der Wahrscheinlichkeit dafür, daß das koinzidente typische Gammaquant oder dessen Streuquant nicht von einem der beiden Detektoren nachgewiesen wird.

b. Beide Vernichtungsquanten haben eine direkte Wechselwirkung mit den beiden Detektoren, das koinzidente typische Gammaquant wird zusätzlich von dem Detektor D" direkt nachgewiesen; die durch diese Wechselwirkungen erzeugten Steuersignale gehören dem Summenkoinzidenzspektrum I''_{T12} an. Mit f''_{c12} soll die durch den Diskriminator selektierte Fraktion dieses Spektrum bezeichnet werden. Für die Anzahl ${}^{1}_{b}N'_{T2}$ der koinzident zu diesen Steuersignalen registrierten direkten Wechselwirkungen der Vernichtungsstrahlung mit dem Detektor D' ergibt sich dann:

$$ {}^{1}_{b}N'_{T2} = 2\, e_{cv}\, e''_1\, f''_{c12}\, Q_c\, \Delta t \quad (6.1.3) $$

c. Beide Vernichtungsquanten haben wieder eine direkte Wechselwirkung mit den beiden Detektoren, ein durch das koinzidente typische Gammaquant in V_s erzeugtes Streuquant wird zusätzlich von dem Detektor D" nachgewiesen. Diese Steuersignale gehören dem Summenkoinzidenzspektrum I''_{Ts12} an, f''_{cs12} beschreibe die Wahrscheinlichkeit dafür, daß ein Impuls dieser Verteilung ein Steuersignal erzeugt. Die Anzahl ${}^{1}_{c}N'_{T2}$ der durch diese Steuersignale registrierten Vernichtungsquanten beträgt dann:

$$ {}^{1}_{c}N'_{T2} = 2\, e_{cv}\, e''_{s1}\, f_{s1}\, f''_{cs12}\, Q_c\, \Delta t \quad (6.1.4) $$

d. Ein Vernichtungsquant wird von dem Detektor D' nachgewiesen, das Steuersignal im Detektor D" wird ausschließlich durch eine direkte Wechselwirkung des koinzidenten typischen Gammaquants erzeugt (I''_{T1}). Das "freie" Vernichtungsquant oder dessen in $\bar{V}'_s$ erzeugtes Streuquant haben keine Wechselwirkung mit einem der beiden Detektoren. Die Anzahl ${}^{1}_{d}N'_{T2max}$ der maximal zu ei-

nem durch das typische Gammaquant erzeugten Steuersignal registrierten direkten Wechselwirkungen eines Vernichtungsquants mit dem Detektor D' beträgt:

$$ {}^{1}_{d}N'_{T2max} = 2\, e'_2\, e''_1\, f''_{c1}\, Q_c\, \Delta t \qquad (6.1.5) $$

f''_{c1} gibt wieder die durch den Diskriminator selektierte Fraktion des Impulshöhenspektrums I''_{T1} an.

Störungen können nun einerseits durch eine direkte Wechselwirkung des "freien" Vernichtungsquants mit dem Detektor D" auftreten (Abbildung 28b), eine direkte Wechselwirkung mit dem Detektor D' ist wegen der 180°-Richtungskorrelation nicht möglich. Andererseits können die durch die "freien" Vernichtungsquanten in dem effektiven Streuvolumen $\bar{V}'_s$ erzeugten Streuquanten von einem der beiden Detektoren zusätzlich nachgewiesen werden. Wird eines dieser Streuquanten von dem Detektor D" nachgewiesen (Abbildung 28e), so treten wieder Steuersignalverluste auf. Wird eines dieser Streuquanten dagegen von dem Detektor D' nachgewiesen, so gehört der registrierte Impuls der Verteilung $I'_{T2\bar{s}2}$ an, es treten also Peakverluste in dem von dem Detektor D' registrierten Spektrum der Vernichtungsstrahlung auf.

Berücksichtigt man diese Störungen, so ergibt sich für die Anzahl ${}^{1}_{d}N'_{T2}$ der koinzident zu einem typischen Gammaquant vom Detektor D' registrierten direkten Wechselwirkungen der Vernichtungsstrahlung:

$$ {}^{1}_{d}N'_{T2} = {}^{1}_{d}N'_{T2max} - 2\, e'_2\, e''_1\, \bar{e}'_{s2}\, \frac{\bar{f}'_{s2}}{f'_g}\, f''_{c1}\, Q_c\, \Delta t - $$

$$ - 2\, e_{cv}\, e''_1\, f''_{c1}\, Q_c\, \Delta t - 2\, e'_2\, e''_1\, \bar{e}''_{s2}\, \frac{\bar{f}'_{s2}}{f'_g}\, f''_{c1}\, Q_c\, \Delta t = $$

$$ = 2\, e'_2\, e''_1\, f''_{c1}\, Q_c\, \Delta t \left(1 - \bar{e}'_{s2}\, \frac{\bar{f}'_{s2}}{f'_g} - \left(\frac{e_{cv}}{e'_2} + \bar{e}''_{s2}\, \frac{\bar{f}'_{s2}}{f'_g}\right)\right) \qquad (6.1.6) $$

e. Ein Vernichtungsquant wird im Detektor D' nachgewiesen, das Steuersignal im Detektor D" wird durch den gleichzeitigen Nachweis eines typischen Gammaquants und eines durch die Vernichtungsstrahlung in $\bar{V}'_s$ hervorgerufenen Streuquants erzeugt. Das Steuersignal wird also durch einen Impuls der Verteilung $I'_{T1\bar{s}2}$ erzeugt, die Fraktion $f''_{c1\bar{s}2}$ gebe die Wahrscheinlichkeit dafür an, daß

durch die Impulse dieser Verteilung Steuersignale erzeugt werden. Die Anzahl ${}^{1}_{e}N'_{T2}$ der zu diesen Steuersignalen koinzident registrierten Vernichtungsquanten beträgt dann:

$$ {}^{1}_{e}N'_{T2} = 2\, e'_2\, e''_1\, \bar{e}''_{s2}\, \frac{\bar{f}'_{s2}}{f'_g}\, f''_{c1\bar{s}2}\, Q_c\, \Delta t \qquad (6.1.7) $$

f. Ein Vernichtungsquant wird von dem Detektor D' nachgewiesen, das Steuersignal wird ausschließlich durch den Nachweis eines durch die typische Gammastrahlung im Absorbervolumen V_s erzeugten Streuquants gebildet. Das "freie" Vernichtungsquant hat keine direkte Wechselwirkung mit dem Detektor D". Auch die in $\bar{V}'_s$ durch die Vernichtungsstrahlung erzeugten Streuquanten werden weder durch den Detektor D' noch durch den Detektor D" nachgewiesen. Das Steuersignal gehört also der Verteilung I''_{Ts1} an, f''_{cs1} gebe diejenige Fraktion des Spektrums an, die zu Steuersignalen beiträgt. Die Anzahl ${}^{1}_{f}N'_{T2max}$ der maximal zu diesen Steuersignalen registrierbaren Vernichtungsquanten beträgt:

$$ {}^{1}_{f}N'_{T2max} = 2\, e'_2\, e''_{s1}\, f_{s1}\, f''_{cs1}\, Q_c\, \Delta t \qquad (6.1.8) $$

Die durch das "freie" Vernichtungsquant hervorgerufenen Störungen entsprechen sinngemäß denen, die in dem Abschnitt d. beschrieben worden sind. Berücksichtigt man diesen Einfluß, so ergibt sich für die Anzahl ${}^{1}_{f}N'_{T2}$ der koinzident zu diesen Steuersignalen im Detektor D' registrierten Vernichtungsquanten:

$$ {}^{1}_{f}N'_{T2} = {}^{1}_{f}N'_{T2max} - 2\, e'_2\, e''_{s1} f_{s1}\, \bar{e}'_{s2}\, \frac{\bar{f}'_{s2}}{f'_g}\, f''_{cs1}\, Q_c\, \Delta t - $$

$$ - 2\, e_{cv}\, e''_{s1} f_{s1}\, f''_{cs1}\, Q_c\, \Delta t - 2\, e'_2\, e''_{s1} f_{s1}\, \bar{e}''_{s2}\, \frac{\bar{f}'_{s2}}{f'_g}\, f''_{cs1}\, Q_c\, \Delta t = $$

$$ = 2\, e'_2\, e''_{s1}\, f_{s1}\, f''_{cs1}\, Q_c\, \Delta t \left(1 - \bar{e}'_{s2}\, \frac{\bar{f}'_{s2}}{f'_g} - \left(\frac{e_{cv}}{e'_2} + \bar{e}''_{s2}\, \frac{\bar{f}'_{s2}}{f'_g}\right)\right) \qquad (6.1.9) $$

g. Ein Vernichtungsquant wird von dem Detektor D' nachgewiesen, das Steuersignal wird durch den gleichzeitigen Nachweis der durch die Vernichtungsstrahlung und die typische Gammastrahlung in $\bar{V}'_s$ bzw. V_s erzeugten Streuquanten gebildet. Die das Steuersignal bewirkenden Impulse gehören dem Summenkoinzidenzspektrum $I''_{Ts1\bar{s}2}$ an, $f''_{cs1\bar{s}2}$ gebe die Wahrscheinlichkeit an, daß

ein Impuls dieser Verteilung ein Steuersignal erzeugt. Die Anzahl ${}^{1}_{g}N'_{T2}$ der zu diesen Steuersignalen koinzident nachgewiesenen Vernichtungsquanten beträgt dann:

$$ {}^{1}_{g}N'_{T2} = 2\, e'_2\, e''_{s1}\, f_{s1}\, \bar{e}''_{s2}\, \frac{\bar{f}'_{s2}}{f'_g}\, f''_{cs1\bar{s}2}\, Q_c\, \Delta t \qquad (6.1.10) $$

Die Anzahl ${}^{1}N'_{T2}$ aller direkten ungestörten Wechselwirkungen eines Vernichtungsquants mit dem Detektor D', die koinzident zu dem durch den Diskriminator vorgegebenen Energiebereich des Gesamtenergiepeaks der Vernichtungsstrahlung registriert werden, erhält man durch die Zusammenfassung der unter a. bis g. beschriebenen Terme.

$$
\begin{aligned}
{}^{1}N'_{T2} &= {}^{1}_{a}N'_{T2} + {}^{1}_{b}N'_{T2} + {}^{1}_{c}N'_{T2} + {}^{1}_{d}N'_{T2} + {}^{1}_{e}N'_{T2} + {}^{1}_{f}N'_{T2} + {}^{1}_{g}N'_{T2} = \\
&= 2\, e_{cv}\, f''_{p2}\, Q_c\, \Delta t\, \left(1 - e''_1\left(1 - \frac{f''_{c12} - f''_{c1}}{f''_{p2}}\right) - e''_{s1} f_{s1}\left(1 - \frac{f''_{cs12} - f''_{cs1}}{f''_{p2}}\right)\right) + \\
&+ 2\, e'_2\, e''_1\, f''_{c1}\, Q_c\, \Delta t\, \left(1 - \bar{e}''_{s2}\, \frac{\bar{f}'_{s2}}{f'_g}\left(1 - \frac{f''_{c1\bar{s}2}}{f''_{c1}}\right)\right) + \\
&+ 2\, e'_2\, e''_{s1} f_{s1}\, f''_{cs1}\, Q_c\, \Delta t\, \left(1 - \bar{e}''_{s2}\, \frac{\bar{f}'_{s2}}{f'_g}\left(1 - \frac{f''_{cs1\bar{s}2}}{f''_{cs1}}\right)\right) - \\
&- 2\, Q_c\, \Delta t\, \left(e_{cv}\, f''_{p2}\left(e'_1 + e'_{s1} f_{s1}\right) + e'_2\, \bar{e}'_{s2}\, \frac{\bar{f}'_{s2}}{f'_g}\left(e''_1\, f''_{c1} + e''_{s1} f_{s1}\, f''_{cs1}\right)\right)
\end{aligned}
\qquad (6.1.11)
$$

Die drei positiven Terme in der Gleichung (6.1.11) geben die Anzahl der Koinzidenzen zwischen einem Steuersignal und einer direkten Wechselwirkung eines Vernichtungsquants im Detektor D' an, unabhängig davon, ob zusätzlich durch ein "freies" Quant eine Störung im Detektor D' auftritt. Der negative Term gibt die Anzahl dieser Störungen an. d.h. die Anzahl derjenigen direkten Wechselwirkungen eines Vernichtungsquants mit dem Detektor D', die durch den zusätzlichen Nachweis eines weiteren Quants einem der Summenkoinzidenzspektren I'_{T12}, I'_{Ts12} oder $I'_{T1\bar{s}2}$ angehören.

Wie man unschwer erkennen kann, hängt die Anzahl ${}^{1}N'_{T2}$ der ungestörten direk-

ten Wechselwirkungen eines Vernichtungsquants von sehr vielen unbekannten Parametern ab; eine direkte Bestimmung des Koinzidenzwirkungsgrades e_{cv} aus dem Gesamtenergiepeak ${}^1N'_{P2}$ oder aus dem Spektrum ${}^1N'_{T2}$ ist daher nicht möglich.

6.1.1.2 Das Spektrum der typischen Gammastrahlung

Die Abbildung 29 zeigt diejenigen Wechselwirkungen der von einer Na-22-Quelle ausgesendeten Gammastrahlungen mit dem Detektor D", die zu einem Steuersignal führen können, zu dem ein koinzidentes typisches Gammaquant existiert, das eine direkte Wechselwirkung mit dem Detektor D' haben kann.

Mit Ausnahme der in der Abbildung 29a skizzierten Wechselwirkungen sind alle drei Gammaquanten direkt oder indirekt an diesen Wechselwirkungen beteiligt, d.h. nur im Fall der Wechselwirkungen des Typs Abbildung 29a sind Störungen durch das "freie" Vernichtungsquant zu berücksichtigen.

a. Das typische Gammaquant hat eine direkte Wechselwirkung mit dem Detektor D', das Steuersignal wird durch ein Vernichtungsquant erzeugt, das seine gesamte Energie an den Detektor D" abgibt. Das Steuersignal gehört also wieder der Verteilung I''_{T2} an, die zugehörige Fraktion beträgt wieder f''_{p2}. Die Anzahl ${}^1_aN'_{T1max}$ der maximal koinzident zu einem solchen Steuersignal registrierbaren direkten Wechselwirkungen eines typischen Gammaquants mit dem Detektor D' beträgt:

$$ {}^1_aN'_{T1max} = 2\, e'_1\, e''_2\, f''_{p2}\, Q_c\, \Delta t \qquad (6.1.12) $$

Durch das "freie" Vernichtungsquant können nun folgende Störungen auftreten. Wird das "freie" Vernichtungsquant in dem effektiven Streuvolumen $\bar{V}''_s$ gestreut und dieses Streuquant von dem Detektor D" nachgewiesen (Abbildung 29b), so treten Steuersignalverluste auf. Wird das "freie" Vernichtungsquant oder dessen in $\bar{V}''_s$ gebildetes Streuquant von dem Detektor D' nachgewiesen, so wird koinzident zu dem Steuersignal ein Impuls registriert, der den Summenkoinzidenzspektren I'_{T12} oder $I'_{T1\bar{s}2}$ angehört. Diese Wechselwirkungen führen also zu Peakverlusten in der Impulshöhenverteilung I'_{T1}. Berücksichtigt man diese Störungen, so ergibt sich die Anzahl ${}^1_aN'_{T1}$ der koinzident zu einem Vernichtungsquant vom Detektor D' registrierten direkten ungestör-

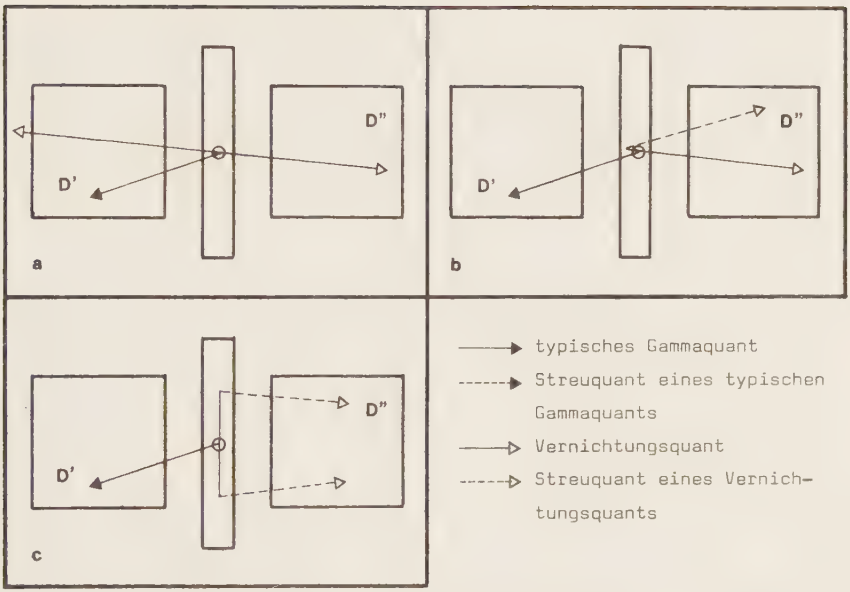


Abbildung 29 Die Wechselwirkungen des Detektors D" mit den Strahlungen einer Na-22-Quelle, die den direkten Nachweis eines koinzidenten typischen Gammaquants im Detektor D' triggern

ten Wechselwirkungen eines typischen Gammaquants:

$$ {}^{1}_{a}N'_{T1} = {}^{1}_{a}N'_{T1max} - 2\, e'_1\, e_{cv}\, f''_{p2}\, Q_c\, \Delta t - 2\, e'_1\, e''_2\, \bar{e}'_{s2}\, \frac{\bar{f}''_{s2}}{f''_g}\, f''_{p2}\, Q_c\, \Delta t - $$

$$ - 2\, e'_1\, e''_2\, \bar{\bar{e}}''_{s2}\, \frac{\bar{f}''_{s2}}{f''_g}\, f''_{p2}\, Q_c\, \Delta t = $$

$$ = 2\, e'_1\, e''_2\, f''_{p2}\, Q_c\, \Delta t \left(1 - \left(\frac{e_{cv}}{e''_2} + \bar{e}'_{s2}\, \frac{\bar{f}''_{s2}}{f''_g}\right) - \bar{\bar{e}}''_{s2}\, \frac{\bar{f}''_{s2}}{f''_g}\right) \qquad (6.1.13) $$

b. Das typische Gammaquant hat eine direkte Wechselwirkung mit dem Detektor D', das Steuersignal wird durch den gleichzeitigen Nachweis eines Vernichtungsquants und eines durch das zweite Vernichtungsquant im effektiven Streuvolumen $\bar{V}''_s$ gebildeten Streuquants erzeugt. Das Steuersignal wird also

durch einen Impuls der Verteilung $I''_{T2\bar{s}2}$ hervorgerufen, $f''_{c2\bar{s}2}$ gebe die Wahrscheinlichkeit an, daß ein Impuls dieser Verteilung ein Steuersignal erzeugt. Die Anzahl ${}^{1}_{b}N'_{T1}$ der zu diesen Steuersignalen koinzident registrierten direkten Wechselwirkungen eines typischen Gammaquants beträgt:

$$ {}^{1}_{b}N'_{T1} = 2\, e'_1\, e''_2\, \bar{e}''_{s2}\, \frac{\bar{f}''_{s2}}{f''_g}\, f''_{c2\bar{s}2}\, Q_c\, \Delta t \qquad (6.1.14) $$

c. Das typische Gammaquant hat eine direkte Wechselwirkung mit dem Detektor D', das Steuersignal wird durch den gleichzeitigen Nachweis zweier durch die Vernichtungsquanten im Streuvolumen V_s erzeugten Streuquanten gebildet. Das Steuersignal gehört dann der Verteilung I''_{Ts2s2} an. Bezeichnet man mit f''_{cs2s2} die entsprechende Fraktion, so ergibt sich für die Anzahl ${}^{1}_{c}N'_{T1}$ der koinzident zu diesen Steuersignalen registrierten direkten Wechselwirkungen:

$$ {}^{1}_{c}N'_{T1} = e'_1\, e''_{csv}\, f_{sc}\, f''_{cs2s2}\, Q_c\, \Delta t \qquad (6.1.15) $$

Die Anzahl ${}^{1}N'_{T1}$ aller direkten ungestörten Wechselwirkungen eines typischen Gammaquants mit dem Detektor D', die koinzident zu dem durch den Diskriminator vorgegebenen Energiebereich des Gesamtenergiepeaks der Vernichtungsstrahlung registriert werden, erhält man wieder durch die Zusammenfassung der unter a. bis c. beschriebenen Terme.

$$ {}^{1}N'_{T1} = {}^{1}_{a}N'_{T1} + {}^{1}_{b}N'_{T1} + {}^{1}_{c}N'_{T1} = $$

$$ = 2\, e'_1\, e''_2\, f''_{p2}\, Q_c\, \Delta t \left(1 - \bar{e}''_{s2}\, \frac{\bar{f}''_{s2}}{f''_g}\left(1 - \frac{f''_{c2\bar{s}2}}{f''_{p2}}\right) + \frac{e''_{csv}}{2e''_2}\, f_{sc}\, \frac{f''_{cs2s2}}{f''_{p2}}\right) - $$

$$ - 2\, e'_1\, e_{cv}\, f''_{p2}\, Q_c\, \Delta t \left(1 + \frac{\bar{e}'_{s2}\, e''_2}{e_{cv}}\, \frac{\bar{f}''_{s2}}{f''_g}\right) \qquad (6.1.16) $$

Der positive Term dieser Gleichung gibt wieder die Anzahl aller Koinzidenzen zwischen einem Steuersignal und einer direkten Wechselwirkung eines typischen Gammaquants mit dem Detektor D' an, unabhängig davon, ob zusätzlich durch ein "freies" Vernichtungsquant eine Störung in dem Detektor D' auftritt. Der negative Term gibt die Anzahl derjenigen Wechselwirkungen eines

typischen Gammaquants mit dem Detektor D' an, die durch den zusätzlichen Nachweis eines koinzidenten Quants einer der Summenkoinzidenzverteilungen I'_{T12} oder $I'_{T1\bar{s}2}$ angehören.

6.1.1.3 Das Summenkoinzidenzspektrum der typischen Gammastrahlung und der Vernichtungsstrahlung

In der Abbildung 30 ist diejenige Wechselwirkung der von einer Na-22-Quelle emittierten Gammastrahlungen mit dem Detektor D" dargestellt, die zu einem Steuersignal führen können, zu dem ein typisches Gammaquant und ein Vernichtungsquant existieren, die gleichzeitig eine direkte Wechselwirkung mit dem Detektor D' haben können.

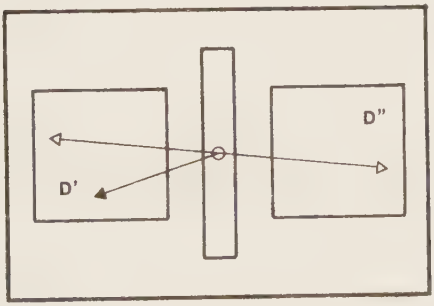


Abbildung 30 Die Wechselwirkung des Detektors D" mit den Strahlungen einer Na-22-Quelle, die den Nachweis einer Summenkoinzidenz zwischen einem typischen Gammaquant und einem Vernichtungsquant im Detektor D' triggert

Ein Vernichtungsquant muß seine gesamte Energie an den Detektor D" abgeben, das Steuersignal gehört also wieder der Verteilung I''_{T2} an, f''_{p2} gibt wieder die Wahrscheinlichkeit an, daß ein Steuersignal erzeugt wird. Die Anzahl $^1N'_{T12}$ der koinzident zu diesen Steuersignalen vom Detektor D' registrierten Summenkoinzidenzen beträgt:

$$^1N'_{T12} = 2\, e'_1\, e_{cv}\, f''_{p2}\, Q_c\, \Delta t \qquad (6.1.17)$$

6.1.2 Bestimmung des Quotienten

Wie schon im Kapitel 6.1.1.1 erwähnt wurde, läßt sich der absolute Koinzidenzwirkungsgrad e_{cv} einer Koinzidenzanordnung für die Vernichtungsstrahlung wegen der Vielzahl der Wechselwirkungen, die zu der Verteilung I'_{T2} beitragen, nicht aus dem Gesamtenergiepeak $^1N'_{P2}$ dieser Verteilung bestimmen.

Etwas einfacher sind die Verhältnisse bei dem koinzident zu dem Gesamtenergiepeak der Vernichtungsstrahlung registrierten Spektrum I'_{T1} der typischen Gammastrahlung. Bezeichnet man mit p'_1 das Peak/Total-Verhältnis des Detektors D' bezüglich der typischen Gammastrahlung, so erhält man die Anzahl $^1N'_{P1}$ der Impulse im Gesamtenergiepeak dieser Verteilung durch die Multiplikation der Gleichung (6.1.16) mit p'_1:

$$^1N'_{P1} = 2\, e'_1\, e''_2\, p'_1\, f''_{p2}\, Q_c\, \Delta t\, (1 - k'') - 2\, e'_1\, e_{cv}\, p'_1\, f''_{p2}\, Q_c\, \Delta t\, (1 + \bar{k}''_s)$$

$$\text{mit } k'' = \bar{e}''_{s2}\, \frac{\bar{f}''_{s2}}{f''_g}\left(1 - \frac{f''_{c2\bar{s}2}}{f''_{p2}}\right) - \frac{e''_{csv}}{2e''_2}\, f_{sc}\, \frac{f''_{cs2s2}}{f''_{p2}} \qquad (6.1.18)$$

$$\text{und } \bar{k}''_s = \frac{\bar{e}'_{s2}\, e'_2}{e_{cv}}\, \frac{\bar{f}''_{s2}}{f''_g}$$

k'' beschreibt hierbei ein Korrekturglied, das die durch die Streuquanten der Vernichtungsstrahlung bedingten Signalverluste im Detektor D" beschreibt; $\bar{k}''_s$ entspricht dem im Kapitel 5.2.1 eingeführten Korrekturglied, das den Einfluß der in $\bar{V}''_s$ erzeugten Streustrahlung auf das in dem Detektor D' registrierte Spektrum beschreibt.

Der exakte numerische Wert des Korrekturgliedes k'' läßt sich nicht angeben, man kann diese Korrektur aber hinreichend genau annähern. Das Korrekturglied k'' läßt sich in zwei Terme k''_1 und k''_2 zerlegen, die in ihrer Wirkung entgegengesetzt sind. k''_1 beschreibt den Einfluß der Streuquanten aus dem effektiven Streuvolumen $\bar{V}''_s$, k''_2 den Einfluß der im gesamten Streuvolumen V_s erzeugten Streuquanten.

$$k''_1 = \bar{e}''_{s2}\, \frac{\bar{f}''_{s2}}{f''_g}\left(1 - \frac{f''_{c2\bar{s}2}}{f''_{p2}}\right) \sim f''_g \qquad (6.1.19a)$$

$$k''_2 = \frac{e''_{csv}}{2e''_2} f_{sc} \frac{f''_{cs2s2}}{f''_{p2}} \sim f''_g \qquad (6.1.19b)$$

Die Fraktionen f_{p2}, $f_{c2\bar{s}2}$ und f_{cs2s2} sind analog zum Peak/Total-Verhältnis definierte Größen, sie sind somit ebenso wie das Peak/Total-Verhältnis weitestgehend unabhängig von dem Geometriefaktor f_g (cf. Kapitel 5.2.2 und Kapitel 5.2.3). Sie sollen deshalb bei den weiteren Überlegungen als konstante Größen betrachtet werden. Der absolute Wirkungsgrad e_2 eines Detektors ist proportional zu dem Geometriefaktor f_g (Gleichung (1.6.3)). Der absolute Wirkungsgrad e_{s2} eines Detektors für die Streustrahlung aus dem Absorbervolumen V_s (Gleichung (1.8.2)), sowie die beiden für das effektive Streuvolumen $\bar{V}_s$ definierten absoluten Wirkungsgrade $\bar{e}_{s2}$ (Gleichung (2.3.34)) und $\bar{\bar{e}}_{s2}$ (Gleichung (4.3.1)) sind proportional zu dem Geometriefaktor f_{gs} und somit auch näherungsweise proportional zu dem Geometriefaktor f_g (cf. Kapitel 5.2.3). Ebenfalls proportional zu dem Geometriefaktor f_g ist der Streufaktor $\bar{f}_{s2}$ des effektiven Streuvolumens $\bar{V}_s$ (Gleichung (2.3.33)). Weiterhin zeigt die Definition der absoluten Koinzidenzwirkungsgrade e_{csv} (Gleichung (2.3.41)) und e'_{csv} bzw. e''_{csv} (Gleichung (4.3.2)), daß diese Wirkungsgrade proportional zu dem Quadrat des Geometriefaktors f_{gs} und somit auch näherungsweise proportional zu f_g^2 sind. Aus diesen Betrachtungen folgt, daß auch die beiden Korrekturterme k_1 und k_2 näherungsweise proportional zu dem Geometriefaktor f_g sind.

Berücksichtigt man, daß der Quotient $f''_{c2\bar{s}2}/f''_{p2} \ll 1$ ist, so kann man für k''_1 folgende Näherung angeben:

$$k''_1 \approx \bar{\bar{e}}''_{s2} \frac{\bar{f}''_{s2}}{f''_g} = \frac{e_{cv}}{e''_2} \frac{\bar{\bar{e}}''_{s2}}{e_{cv}} \frac{e''_2}{} \frac{\bar{f}''_{s2}}{f''_g} \approx \frac{e_{cv}}{e''_2} \frac{\bar{e}''_{s2}}{e_{cv}} \frac{e''_2}{} \frac{\bar{f}''_{s2}}{f''_g} = \frac{e_{cv}}{e''_2} \bar{k}''_s \qquad (6.1.20)$$

Um den Einfluß des Terms k''_2 zu berücksichtigen, soll zunächst die Größe des "Koinzidenzstreufaktors" f_{sc} abgeschätzt werden, der die Wahrscheinlichkeit beschreibt, daß durch die beiden Vernichtungsquanten ein koinzidentes Streuquantenpaar in dem Absorbermaterial erzeugt wird (cf. Kapitel 2.3.5).

Für die Streuung eines Gammaquants längs seiner Ausbreitungsrichtung μ in einem Absorber i gilt nach Gleichung (1.7.7):

$$f_{si}(\mathcal{K}_o, \mathcal{M}) = \frac{\sigma_i}{\mu_i}(1 - \exp(-\mu_i S_i(\mathcal{K}_o, \mathcal{M})) \qquad (6.1.21)$$

Hierbei ist berücksichtigt, daß die Energie der Vernichtungsstrahlung nicht ausreicht, um einen Paarbildungseffekt hervorzurufen.

Betrachtet man nun eine punktförmige Quelle in dem Anticomptonschild (Abbildung 9), so gilt wegen der symmetrischen Anordnung der Quelle, daß die in dem Anticomptonschild zurückzulegenden Wegstrecken $S_i(\mathcal{K}_o, \mathcal{M})$ für die beiden mit entgegengesetzten Ausbreitungsrichtungen emittierten Vernichtungsquanten gleich sind, d.h. es gilt:

$$S_i(\mathcal{K}_o, \mathcal{M}) = S_i(\mathcal{K}_o, -\mathcal{M}) \quad \text{für alle } \mathcal{M} \text{ aus } \Omega = 4\pi \qquad (6.1.22)$$

Für den "Koinzidenzstreufaktor" f_{sc} ergibt sich dann nach Gleichung (2.3.39):

$$f_{sci}(\mathcal{K}_o, \mathcal{M}) = f_{si}(\mathcal{K}_o, \mathcal{M})\, f_{si}(\mathcal{K}_o, -\mathcal{M}) =$$

$$= \left(\frac{\sigma_i}{\mu_i}(1 - \exp(-\mu_i S_i(\mathcal{K}_o, \mathcal{M}))\right)^2 \qquad (6.1.23)$$

Die größte Wahrscheinlichkeit für die Bildung eines koinzidenten Streuquantenpaares ist dann gegeben, wenn die Vernichtungsstrahlung die längste Strekke in dem Anticomptonschild zurückzulegen hat. Das ist näherungsweise dann der Fall, wenn die Ausbreitungsrichtungen der Vernichtungsstrahlungen senkrecht zu der die beiden Detektoren verbindenden Achse sind. Maßgeblich für die Streuung ist dann der Bleiabsorber, die Wegstrecke beträgt dann $S_{Pb}(\mathcal{K}_o, \mathcal{M}_{Pb}) = 3.5$ cm, der lineare Gesamtwechselwirkungsquerschnitt beträgt $\mu_{Pb} = 1.67\ \text{cm}^{-1}$ und das Verhältnis des Comptonquerschnitts zu dem Gesamtwechselwirkungsquerschnitt beträgt $\sigma_{Pb}/\mu_{Pb} = 0.476$.

Entsprechend ist die kleinste Wahrscheinlichkeit für die Bildung eines koinzidenten Streuquantenpaares dann gegeben, wenn die in dem Comptonschild zurückzulegende Strecke minimal ist, d.h. wenn die Vernichtungsstrahlungen parallel zu der die beiden Detektoren verbindenden Achse emittiert werden. Maßgeblich für die Streuung ist in diesem Fall die Kupferbüchse. Die Wegstrecke beträgt dann $S_{Cu}(\mathcal{K}_o, \mathcal{M}_{Cu}) = 0.2$ cm, der lineare Gesamtwechselwirkungsquerschnitt beträgt $\mu_{Cu} = 0.736\ \text{cm}^{-1}$ und das Verhältnis des Compton-

querschnitts zu dem Gesamtwechselwirkungsquerschnitt beträgt $\sigma_{Cu}/\mu_{Cu} = 0.956$.

Setzt man diese Werte in die Gleichung (6.1.23) ein und vergleicht die so berechneten Werte $f_{sc}(\mathcal{M}_o, \mathcal{M})$ mit dem aus der Tabelle 9 bestimmten Mittelwert für $\bar{f}''_{s2}/f''_g \approx \bar{k}''_s/f''_g = \bar{k}_s/f_g$, so ergibt sich folgende Ungleichung für den "Koinzidenzstreufaktor" f_{sc}:

$$0.0176 \leq f_{sc} \leq 0.2253 \measuredangle \frac{f''_{s2}}{f''_g} \approx 0.3\ (1.0 \pm 0.1) \qquad (6.1.24)$$

Weiterhin gilt:

$$\frac{e''_{csv}}{2e''_2} \leq \bar{e}''_{s2} \quad \text{und} \quad \frac{f''_{cs2s2}}{f''_{p2}} \ll 1 \qquad (6.1.25)$$

Für den Vergleich der beiden Korrekturterme k''_1 und k''_2 ergibt sich unter Verwendung der Ungleichungen (6.1.24) und (6.1.25):

$$k''_1 \gg k''_2 \qquad (6.1.26)$$

Faßt man die Abschätzungen (6.1.20) und (6.1.26) zusammen, so ergibt sich als Näherung für das Korrekturglied k":

$$k'' = k''_1 - k''_2 \approx \frac{e_{cv}}{e''_2}\,\bar{k}''_s \qquad (6.1.27)$$

Diese Näherung gibt einen generell zu großen Wert für das Korrekturglied k" an und bewirkt dadurch einen systematischen Fehler bei der Bestimmung des Quotienten e_{cv}/e''_2.

Setzt man die Näherung (6.1.27) in die Gleichung (6.1.18) ein, so ergibt sich für die Anzahl ${}^1N'_{P1}$ der Impulse in dem Gesamtenergiepeak der typischen Gammastrahlung:

$${}^1N'_{P1} = 2\, e'_1\, e''_2\, p'_1\, f''_{p2}\, Q_c\, \Delta t\, (1 - \frac{e_{cv}}{e''_2}\,\bar{k}''_s) - 2\, e'_1\, e_{cv}\, p'_1\, f''_{p2}\, Q_c\, \Delta t\, (1 + \bar{k}''_s) =$$

$$= 2\, e'_1\, e''_2\, p'_1\, f''_{p2}\, Q_c\, \Delta t - 2\, e'_1\, e_{cv}\, p'_1\, f''_{p2}\, Q_c\, \Delta t\, (1 + 2\bar{k}''_s) \qquad (6.1.28)$$

Noch einfacher liegen die Verhältnisse bei dem Gesamtenergiepeak des Summenkoinzidenzspektrums, da hier keine Störungen durch Streuquanten auftreten können. Bezeichnet man mit p'_2 wieder das Peak/Total-Verhältnis des Detektors D' für die Vernichtungsstrahlung, so ergibt sich die Anzahl $^1N'_{P12}$ der Impulse im Gesamtenergiepeak des Summenkoinzidenzspektrums I'_{T12} nach Gleichung (6.1.17) zu:

$$^1N'_{P12} = 2\, e'_1\, e_{cv}\, p'_1\, p'_2\, f''_{p2}\, Q_c\, \Delta t \qquad (6.1.29)$$

Bildet man nun den Quotienten aus der Anzahl $^1N'_{P1}$ der Impulse im Gesamtenergiepeak der typischen Gammastrahlung und der Anzahl $^1N'_{P12}$ der Impulse im Gesamtenergiepeak des Summenkoinzidenzspektrums, so ergibt sich:

$$\frac{^1N'_{P1}}{^1N'_{P12}} = \frac{e''_2 - e_{cv}\,(1 + 2\bar{k}''_s)}{e_{cv}\, p'_2} \qquad (6.1.30)$$

Durch Umformen ergibt sich aus dieser Gleichung das Verhältnis des absoluten Koinzidenzwirkungsgrades e_{cv} zu dem absoluten Wirkungsgrad e''_2 des Detektors D" zu:

$$\frac{e_{cv}}{e''_2} = \frac{^1N'_{P12}}{^1N'_{P1}\, p'_2 + {}^1N'_{P12}\,(1 + 2\bar{k}''_s)} \qquad (6.1.31)$$

Das Verhältnis e_{cv}/e'_2 erhält man, wenn man in der Gleichung (6.1.31) die einfach gestrichenen Größen durch zweifach gestrichene Größen ersetzt und umgekehrt.

6.2 Zusammenstellung der experimentell ermittelten Werte

Nach dem oben beschriebenen Verfahren wurden die beiden Quotienten e_{cv}/e'_2 und e_{cv}/e''_2 für die verschiedenen Quellentypen bei unterschiedlichen Quellenabständen bestimmt. Den Quotienten e_{cv}/e'_2 erhält man, wenn man mit dem Detektor D' den Detektor D" triggert, entsprechend ergibt sich e_{cv}/e''_2 durch die Triggerung des Detektors D' durch den Detektor D". Die Aktivität der Proben betrug wieder 0.1 μCi $\hat{=}$ 222 10^3 m^{-1}. Die Energieauflösung der beiden Detektoren für die Vernichtungsstrahlung (0.511 MeV) beträgt ca. 9%; die Fraktionen f'_{p2} bzw. f''_{p2} wurden auf etwa zwei Halbwertsbreiten des Ge-

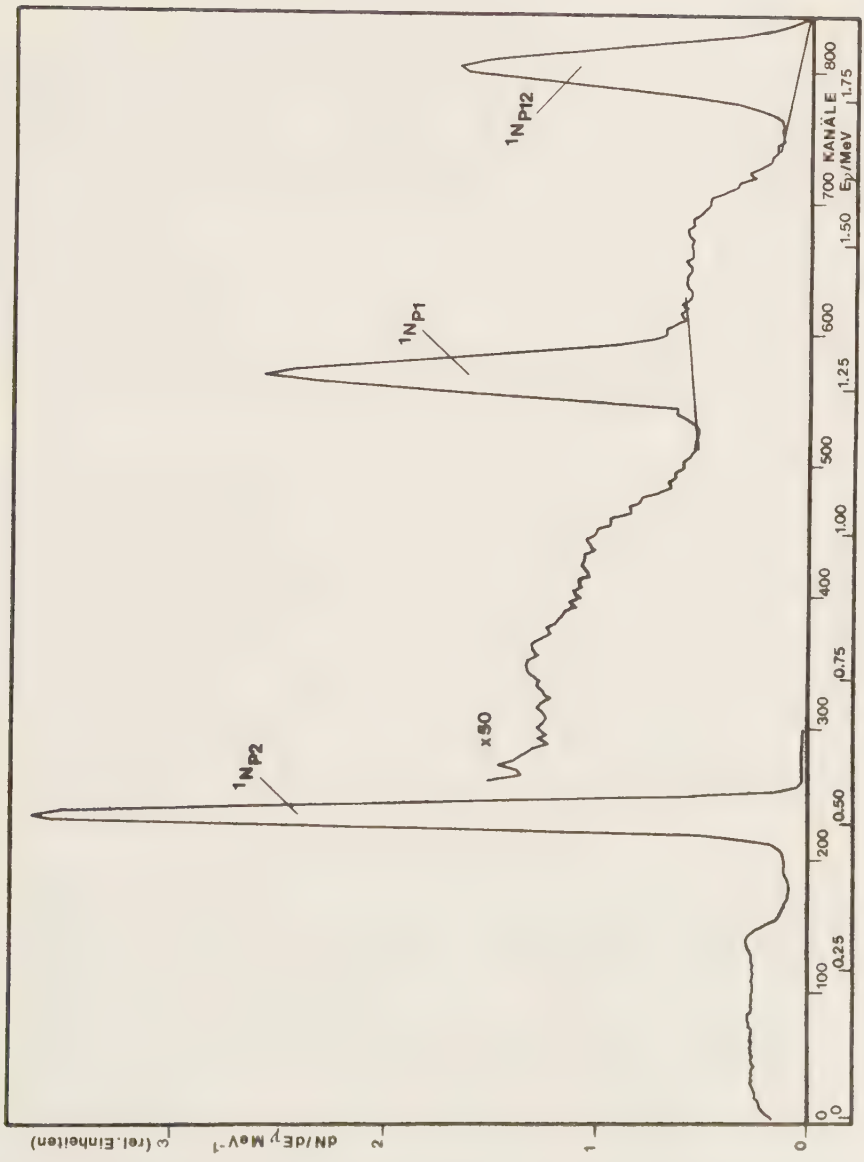


Abbildung 31 Das zu dem Gesamtenergiepeak der Vernichtungsstrahlung einer punktförmigen Na-22-Quelle koinzidente Spektrum (Abstand d = 2.39 cm)

Tabelle 10a Quotienten e_{cv}/e'_2 (Quellentyp P)

d/cm	$^1N''_{P12}$	d $^1N''_{P12}$ rel.	$^1N''_{P1}$	d $^1N''_{P1}$ rel.	$\bar{k}'_s$	d $\bar{k}'_s$ rel.	e_{cv}/e'_2	de_{cv}/e'_2 rel.
1.39	637184	0.004	703515	0.005	0.1140	0.056	0.5059	0.008
1.89	339807	0.004	360075	0.007	0.0846	0.084	0.5298	0.010
2.39	241562	0.005	267560	0.007	0.0673	0.115	0.5303	0.011
3.39	131607	0.008	151949	0.009	0.0471	0.196	0.5328	0.014
4.39	82566	0.009	87922	0.011	0.0327	0.185	0.5595	0.013
6.39	46152	0.012	52036	0.017	0.0214	0.476	0.5533	0.019
10.39	10382	0.027	10299	0.032	0.0068	1.626	0.5931	0.037

Tabelle 10b Quotienten e_{cv}/e'_2 (Quellentyp F)

d/cm	$^1N''_{P12}$	d $^1N''_{P12}$ rel.	$^1N''_{P1}$	d $^1N''_{P1}$ rel.	$\bar{k}'_s$	d $\bar{k}'_s$ rel.	e_{cv}/e'_2	de_{cv}/e'_2 rel.
1.39	614708	0.005	641023	0.006	0.1140	0.056	0.5168	0.009
1.89	341913	0.004	370380	0.007	0.0846	0.084	0.5253	0.009
2.39	237662	0.006	275384	0.008	0.0673	0.115	0.5208	0.011
3.39	129414	0.008	142228	0.010	0.0471	0.196	0.5437	0.014
4.39	83076	0.010	90096	0.013	0.0327	0.185	0.5553	0.015
6.39	45632	0.011	48994	0.016	0.0214	0.476	0.5647	0.019
10.39	10757	0.025	10531	0.030	0.0068	1.626	0.5962	0.034

Tabelle 10c Quotienten e_{cv}/e'_2 (Quellentyp Z)

d/cm	$^1N''_{P12}$	d $^1N''_{P12}$ rel.	$^1N''_{P1}$	d $^1N''_{P1}$ rel.	$\bar{k}'_s$	d $\bar{k}'_s$ rel.	e_{cv}/e'_2	de_{cv}/e'_2 rel.
1.39	623608	0.004	705810	0.006	0.1140	0.056	0.5012	0.009
1.89	320942	0.004	380798	0.008	0.0846	0.084	0.5067	0.009
2.39	237038	0.006	285754	0.008	0.0673	0.115	0.5123	0.011
3.39	115204	0.009	134154	0.012	0.0471	0.196	0.5309	0.015
4.39	80782	0.010	85898	0.014	0.0327	0.185	0.5598	0.015
6.39	49315	0.011	53954	0.017	0.0214	0.476	0.5604	0.019
10.39	10566	0.026	10253	0.032	0.0068	1.626	0.5983	0.036

Tabelle 11a Quotienten e_{cv}/e''_2 (Quellentyp P)

d/cm	$^1N'_{P12}$	d $^1N'_{P12}$ rel.	$^1N'_{P1}$	d $^1N'_{P1}$ rel.	$\bar{k}''_s$	d $\bar{k}''_s$ rel.	e_{cv}/e''_2	de_{cv}/e''_2 rel.
1.39	628431	0.003	562205	0.005	0.1140	0.056	0.5451	0.008
1.89	351176	0.004	323568	0.006	0.0846	0.084	0.5574	0.010
2.39	238094	0.006	239394	0.007	0.0673	0.115	0.5506	0.012
3.39	120946	0.008	119326	0.009	0.0471	0.196	0.5672	0.015
4.39	83675	0.009	82227	0.012	0.0327	0.185	0.5775	0.014
6.39	48684	0.010	40964	0.016	0.0214	0.476	0.6199	0.018
10.39	10505	0.029	8657	0.034	0.0068	1.626	0.6360	0.039

Tabelle 11b Quotienten e_{cv}/e''_2 (Quellentyp F)

d/cm	$^1N'_{P12}$	d $^1N'_{P12}$ rel.	$^1N'_{P1}$	d $^1N'_{P1}$ rel.	$\bar{k}''_s$	d $\bar{k}''_s$ rel.	e_{cv}/e''_2	de_{cv}/e''_2 rel.
1.39	468041	0.004	453223	0.005	0.1140	0.056	0.5306	0.009
1.89	295530	0.004	303564	0.006	0.0846	0.084	0.5360	0.009
2.39	236151	0.005	258548	0.006	0.0673	0.115	0.5328	0.011
3.39	121063	0.007	132879	0.008	0.0471	0.196	0.5440	0.013
4.39	92100	0.009	95079	0.011	0.0327	0.185	0.5665	0.013
6.39	38841	0.011	37469	0.016	0.0214	0.476	0.5893	0.019
10.39	10173	0.025	9628	0.030	0.0068	1.626	0.6041	0.034

Tabelle 11c Quotienten e_{cv}/e''_2 (Quellentyp Z)

d/cm	$^1N'_{P12}$	d $^1N'_{P12}$ rel.	$^1N'_{P1}$	d $^1N'_{P1}$ rel.	$\bar{k}''_s$	d $\bar{k}''_s$ rel.	e_{cv}/e''_2	de_{cv}/e''_2 rel.
1.39	474410	0.003	471576	0.006	0.1140	0.056	0.5258	0.008
1.89	326701	0.004	341078	0.006	0.0846	0.084	0.5328	0.009
2.39	219370	0.006	243122	0.006	0.0673	0.115	0.5302	0.011
3.39	113609	0.007	118723	0.008	0.0471	0.196	0.5547	0.014
4.39	81789	0.008	85073	0.010	0.0327	0.185	0.5648	0.012
6.39	41387	0.010	42123	0.014	0.0214	0.476	0.5771	0.018
10.39	10275	0.026	9471	0.033	0.0068	1.626	0.6103	0.036

samtenergiepeaks der Vernichtungsstrahlung eingestellt, d.h. alle Impulse zwischen 0.465 MeV und 0.557 MeV wurden zur Triggerung verwendet. Die Schwellen der "constant fraction trigger" wurden auf 0.02 MeV eingestellt. Die Zeitauflösung der schnellen Koinzidenzstufe betrug 0.3 μs, die der langsamen Koinzidenzstufe 1 μs. Die Impulse der gesteuerten Detektoren wurden mit einem 1024-Kanal-Impulshöhenanalysator registriert; die Verstärkung betrug bei den einzelnen Messungen 2.2 KeV/Kanal bis 2.5 KeV/Kanal. Die Meßzeiten lagen zwischen 15 h für die kleinen Quellenabstände und 23 h für die großen Quellenabstände.

Die Abbildung 31 zeigt das auf diese Weise aufgenommene Spektrum einer annähernd punktförmigen Na-22-Quelle bei einem Quellenabstand d = 2.39 cm.

Die Auswertung der Gesamtenergiepeaks $^1N_{P1}$ und $^1N_{P12}$ erfolgte wieder unter Annahme eines linearen Untergrundes, der durch geeignete Stützpunkte links und rechts der Peaks berechnet wurde; die Anzahl der Impulse im Peak wurde durch Simpson-Integration der Nettowerte bestimmt.

Die Ergebnisse der einzelnen Messungen sind in den Tabellen 10a-c und 11a-c zusammengestellt. Die Auswertung erfolgte nach Gleichung (6.1.31). Für die Peak/Total-Verhältnisse p_2' bzw. p_2'' wurde der im Kapitel 5.2.2 ermittelte Wert von 0.678 (1.0 ± 0.005) verwendet. Für $\bar{k}_s'$ bzw. $\bar{k}_s''$ wurden die in der Tabelle 9 zusammengestellten Mittelwerte von $\bar{k}_s$ benutzt. Wie schon im Kapitel 6.1.2 bei der Ableitung der Näherung für das Korrekturglied k" ausgeführt wurde, wird anstelle von k" ein generell zu großer Wert verwendet. Um einen Überblick über das Ausmaß des dadurch hervorgerufenen systematischen Fehlers bei der Bestimmung der Quotienten e_{cv}/e_2 zu erhalten, wurde angenommen, daß durch die Näherung (6.1.27) ein um +10% zu großer Wert verwendet wird. Dieser systematische Fehler von +10% bewirkt dann bei dem Quellenabstand d = 1.39 cm einen systematischen Fehler von -0.6% und bei dem Quellenabstand d = 10.39 cm einen systematischen Fehler von -0.05% bei der Berechnung der Quotienten e_{cv}/e_2. Diese Abschätzung zeigt, daß die Näherung (6.1.27), selbst bei Annahme größerer systemtischer Abweichungen, hinreichend genau ist.

Die Quotienten e_{cv}/e_2' für die punktförmige Quelle (Typ P) sind im Mittel um ca. 7% kleiner als die entsprechenden e_{cv}/e_2'' -Werte. Bei der flächenför-

migen Quelle (Typ F) beträgt diese systematische Abweichung ca. 2% und bei der zylindrischen Quelle (Typ Z) ca. 3%. Diese systematischen Abweichungen können auf eine asymmetrische Anordnung der Quellen zwischen den beiden Detektoren zurückgeführt werden, wie im Kapitel 9.2 gezeigt werden wird.

7. Die experimentelle Bestimmung des Wirkungsgrades einer Detektoranordnung für die Vernichtungsstrahlung

7.1 Theoretische Grundlagen

Über die Möglichkeit aus dem Spektrum solcher Nuklide, die mindestens zwei Gammastrahlungen koinzident emittieren, die absoluten Wirkungsgrade zu bestimmen, wird in der Literatur von verschiedenen Autoren berichtet.

G u p t a und J h a [26] zeigten, daß man die Wirkungsgrade einer Detektoranordnung für die Strahlungen eines Nuklids bestimmen kann, wenn man jeweils die Anzahl der Koinzidenzen zwischen denjenigen Prozessen bestimmt, die für die eine Strahlung zu einem Impuls im Gesamtenergiepeak und für die andere Strahlung zu einem Impuls in der Comptonverteilung führen.

S h a p i r o und H i g g s [27] bestimmten die Wirkungsgrade und die absolute Aktivität dieser Nuklide durch den Vergleich der Anzahl der koinzidenten Wechselwirkungen der beiden Strahlungen mit dem Detektor, die zu Impulsen im Gesamtenergiepeak des Summenkoinzidenzspektrums führen und der Zahl der jeweils ungestörten Wechselwirkungen der beiden Strahlungen mit dem Detektor, bei denen die gesamte Energie an den Detektor abgegeben wird. Hierbei ist die Kenntnis der Peak/Total-Verhältnisse des Detektors für die beiden Strahlungen nötig. Die Autoren bestimmten diese Verhältnisse aus den Spektren geeigneter monoenergetischer Gammastrahler.

S c h m i d t - O t t o [28], sowie A s h e und Mc C r a r y [29] bestimmten die Peak/Total-Verhältnisse direkt aus den Spektren solcher Nuklide, bei denen die Energien der beiden koinzident emittierten Gammastrahlungen nahe beieinander liegen, wie z.B. Sc-46, Co-60 und reine β^+-Strahler. Bei den reinen β^+-Strahlern ist wegen der 180°-Richtungskorrelation der beiden Vernichtungsquanten eine Meßgeometrie mit einem Geometriefaktor $f_g \geq 0.5$ erforderlich, d.h. die Messung muß in einem Bohrlochkristall oder mit zwei Detektoren in 180°-Anordnung und elektronischer Impulssummation erfolgen.

Bei allen diesen Veröffentlichungen wurde mit Detektoranordnungen gearbeitet, die es erlaubten, die durch die Streustrahlungen bedingten Störungen zu vernachlässigen. Das ist bei der für diese Arbeit verwendeten Anordnung

(Abbildung 10) nicht der Fall. In den folgenden Kapiteln soll nun der Einfluß der Streustrahlungen auf das Spektrum einer Na-22-Quelle gezeigt werden und die sich daraus ergebenden nötigen Korrekturen bei der Bestimmung des absoluten Wirkungsgrades e_2 der Detektoranordnung für die Vernichtungsstrahlung besprochen werden.

7.1.1 Das Spektrum einer Na-22-Quelle

Bei der Auswertung des Spektrums einer Na-22-Quelle sind in diesem Zusammenhang nur diejenigen Wechselwirkungen von Interesse, die Impulse zu den drei Verteilungen beitragen, die ausgeprägte Gesamtenergiepeaks haben. Es sind dies die Verteilungen I_{T1}, I_{T2} und I_{T12}. Die Besprechung des Einflusses der Streustrahlungen auf das Spektrum einer Na-22-Quelle soll deshalb auf diese drei Verteilungen beschränkt werden.

7.1.1.1 Das Spektrum der Vernichtungsstrahlung

Die Abbildung 32 zeigt alle diejenigen Wechselwirkungen eines Detektors (D") mit den Strahlungen einer Na-22-Quelle, an denen ein Vernichtungsquant direkt beteiligt ist. Alle diejenigen Wechselwirkungen, bei denen zusätzlich zu dem Vernichtungsquant noch ein weiteres Gammaquant nachgewiesen wird, führen zu Verlusten in dem Spektrum der Vernichtungsstrahlung.

a. Die Anzahl N''_{T2max} der maximal möglichen Wechselwirkungen der Vernichtungsstrahlung mit einem Detektor ist unmittelbar durch die Gleichung (1.6.3) gegeben, wenn man berücksichtigt, daß die Koinzidenzquellstärke einer Na-22-Quelle annähernd der β^+-Quellstärke entspricht und bei jedem β^+-Zerfall zwei Vernichtungsquanten entstehen (cf. Kapitel 4.1).

$$N''_{T2max} = 2\, e''_2\, Q_{\beta^+}\, \Delta t = 2\, e''_2\, Q_c\, \Delta t \qquad (7.1.1)$$

b. Zusätzlich zu dem Vernichtungsquant wird ein typisches Gammaquant nachgewiesen, der registrierte Impuls gehört dem Summenkoinzidenzspektrum I''_{T12} an. Zu berücksichtigen sind bei dieser Wechselwirkung die Störungen durch die in der Abbildung 32e skizzierte Dreifachkoinzidenz $I''_{T12\bar{=}s2}$, die durch den zusätzlichen Nachweis eines Streuquants aus dem effektiven Streuvolumen $\bar{V}''_s$ erzeugt wird. Die Anzahl N''_{T12} der ausschließlich durch den zusätzlichen

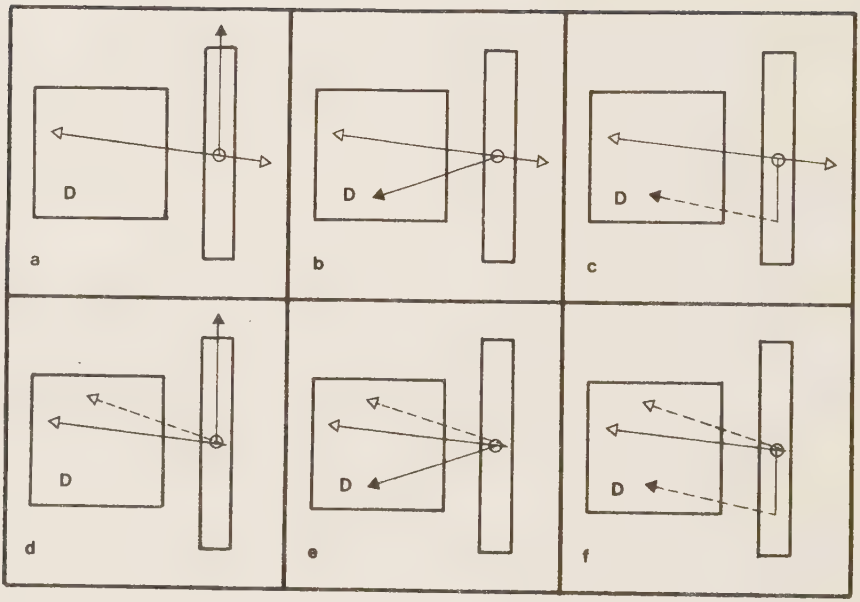


Abbildung 32 Die Wechselwirkungen eines Detektors D mit den Strahlungen einer Na-22-Quelle, die zu Summenkoinzidenzverlusten im Spektrum der Vernichtungsstrahlung führen (⟶ typisches Gammaquant, ⇢ Streuquant eines typischen Gammaquants, ⟶ Vernichtungsquant, ⇢ Streuquant eines Vernichtungsquants)

Nachweis eines typischen Gammaquants bedingten Summenkoinzidenzverluste beträgt:

$$N''_{T12} = 2\, e''_2\, e''_1\, Q_c\, \Delta t - N''_{T12\bar{=}2} \qquad (7.1.2)$$

c. Zusätzlich zu dem Vernichtungsquant wird ein im Streuvolumen V_s erzeugtes Streuquant der typischen Gammastrahlung nachgewiesen, der registrierte Impuls gehört der Verteilung I''_{Ts12} an. Auch in diesem Fall können Verluste durch den gleichzeitigen Nachweis eines Streuquants der Vernichtungsstrahlung entstehen (Abbildung 32f). Diese Impulse gehören der Summenkoinzidenzverteilung $I''_{Ts12\bar{=}2}$ an. Berücksichtigt man diese Verluste, so ergibt sich die Anzahl N''_{Ts12} der ausschließlich durch die Sreuquanten der typischen Gammastrahlung hervorgerufenen Summenkoinzidenzverluste zu:

$$N''_{Ts12} = 2\, e''_2\, e''_{s1}\, f_{s1}\, Q_c\, \Delta t - N''_{Ts12\bar{\bar{s}}2} \qquad (7.1.3)$$

d. Zusätzlich zu dem Vernichtungsquant wird das durch das koinzidente Vernichtungsquant in $\bar{V}''_s$ erzeugte Streuquant nachgewiesen, der registrierte Impuls gehört der Verteilung $I''_{T2\bar{\bar{s}}2}$ an. Störungen können hierbei durch den zusätzlichen Nachweis des "freien" typischen Gammaquants (Abbildung 32e) oder dessen Streuquants (Abbildung 32f) auftreten. Berücksichtigt man diese dreifachen Summenkoinzidenzen, so ergibt sich die Anzahl $N''_{T2\bar{\bar{s}}2}$ der ausschließlich durch die Streuquanten der Vernichtungsstrahlung bedingten Störungen zu:

$$N''_{T2\bar{\bar{s}}2} = 2\, e''_2\, \bar{\bar{e}}''_{s2}\, \frac{\bar{f}''_{s2}}{f''_g}\, Q_c\, \Delta t - N''_{T12\bar{\bar{s}}2} - N''_{Ts12\bar{\bar{s}}2} \qquad (7.1.4)$$

e. Der Detektor weist gleichzeitig ein Vernichtungsquant, ein typisches Gammaquant und ein durch das zweite Vernichtungsquant in $\bar{V}''_s$ erzeugtes Streuquant nach. Die Anzahl $N''_{T12\bar{\bar{s}}2}$ dieser dreifachen Summenkoinzidenzen beträgt:

$$N''_{T12\bar{\bar{s}}2} = 2\, e''_2\, e''_1\, \bar{\bar{e}}''_{s2}\, \frac{\bar{f}''_{s2}}{f''_g}\, Q_c\, \Delta t \qquad (7.1.5)$$

f. Der Detektor weist gleichzeitig ein Vernichtungsquant und die beiden Streuquanten nach. Die Streuung des typischen Gammaquants findet in dem Volumen V_s, die des Vernichtungsquants im effektiven Streuvolumen $\bar{V}''_s$ statt. Die Anzahl $N''_{Ts12\bar{\bar{s}}2}$ dieser dreifachen Summenkoinzidenzen beträgt:

$$N''_{Ts12\bar{\bar{s}}2} = 2\, e''_2\, e''_{s1}\, f_{s1}\, \bar{\bar{e}}''_{s2}\, \frac{\bar{f}''_{s2}}{f''_g}\, Q_c\, \Delta t \qquad (7.1.6)$$

Die Anzahl N''_{T2} aller ungestörten direkten Wechselwirkungen eines Vernichtungsquants mit dem Detektor D ergibt sich dann, wenn man von der Anzahl N''_{T2max} aller derjenigen Wechselwirkungen, an denen ein Vernichtungsquant direkt beteiligt ist, die in den Abschnitten b bis f beschrieben Terme abzieht.

$$N''_{T2} = N''_{T2max} - N''_{T12} - N''_{Ts12} - N''_{T2\bar{\bar{s}}2} - N''_{T12\bar{\bar{s}}2} - N''_{Ts12\bar{\bar{s}}2} =$$

$$= 2\, e''_2\, Q_c\, \Delta t\, (1 - \bar{\bar{e}}''_{s2}\, \frac{\bar{f}''_{s2}}{f''_g})(1 - (e''_1 + e''_{s1}\, f_{s1})) \qquad (7.1.7)$$

7.1.1.2 Das Spektrum der typischen Gammastrahlung

Die Abbildung 33 zeigt alle diejenigen Wechselwirkungen eines Detektors (D") mit den Strahlungen einer Na-22-Quelle, an denen ein typisches Gammaquant direkt beteiligt ist. Alle diejenigen Wechselwirkungen, bei denen zusätzlich zu dem typischen Gammaquant noch ein weiteres Quant nachgewiesen wird, führen wieder zu Verlusten in dem Spektrum der typischen Gammastrahlung.

a. Die Anzahl N''_{T1max} der maximal möglichen direkten Wechselwirkungen der typischen Gammastrahlung mit einem Detektor beträgt:

$$N''_{T1max} = e''_1 Q_1 \Delta t \qquad (7.1.8)$$

Bei den in den folgenden Abschnitten behandelten Störungen dieser Wechselwirkungen durch die Vernichtungsstrahlung muß berücksichtigt werden, daß eine Na-22-Quelle typische Gammaquanten emittieren kann, zu denen kein koinzidentes β^+-Teilchen und somit auch keine koinzidenten Vernichtungsquanten existieren (cf. Kapitel 4.1).

b. Zusätzlich zu dem typischen Gammaquant wird ein Vernichtungsquant nachgewiesen, der registrierte Impuls gehört wieder dem Summenkoinzidenzspektrum I''_{T12} an. Auch in diesem Fall sind wieder die Störungen durch die dreifachen Summenkoinzicenzen $I''_{T12\bar{s}2}$ zu berücksichtigen (Abbildung 33d). Die Anzahl N''_{T12} der ausschließlich durch die Vernichtungsstrahlung hervorgerufenen Summenkoinzidenzverluste sind wieder durch die Gleichung (7.1.2) gegeben.

c. Zusätzlich zu dem typischen Gammaquant wird ein durch das Vernichtungsquant erzeugtes Streuquant nachgewiesen. Da keine Richtungskorrelation zwischen der typischen Gammastrahlung und der Vernichtungsstrahlung besteht, kann die Streuung in dem gesamten Absorbervolumen V_s erfolgen. Die registrierten Impulse gehören der Verteilung I''_{T1s2} an. Störungen können durch den gleichzeitigen Nachweis eines durch das "freie" Vernichtungsquant erzeugten Streuquants auftreten (Abbildung 33e). In diesem Fall würde der registrierte Impuls der Verteilung I''_{T1s2s2} angehören. Bei dieser Störung ist weiterhin zu berücksichtigen, daß das störende Quant ebenfalls einen Impuls zu der Verteilung I''_{T1s2} beitragen würde, d.h. ein Impuls der Verteilung

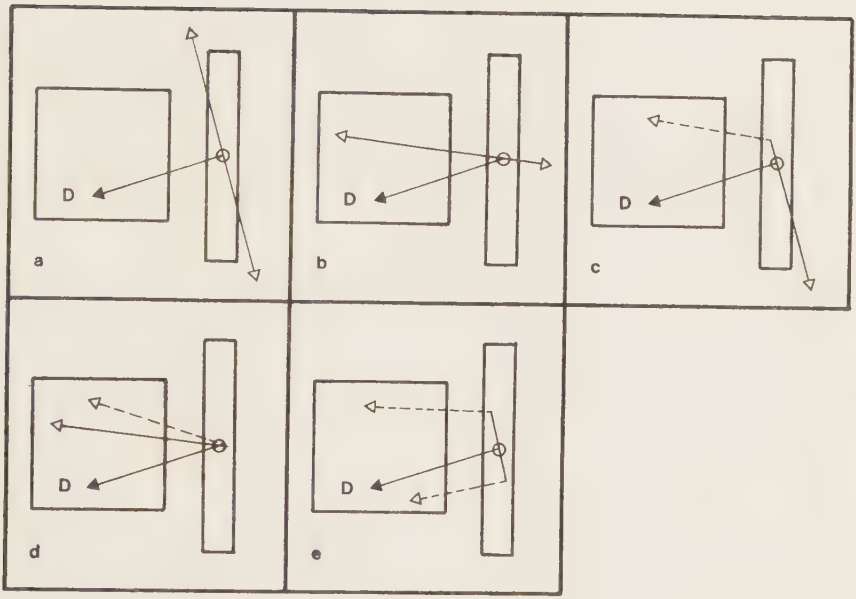


Abbildung 33 Die Wechselwirkungen eines Detektors D mit den Strahlungen einer Na-22-Quelle, die zu Summenkoinzidenzverlusten im Spektrum der typischen Gammastrahlung führen können (⟶ typisches Gammaquant, ----▸ Streuquant eines typischen Gammaquants, ⟶ Vernichtungsquant, ----▸ Streuquant eines Vernichtungsquants)

I''_{T1s2s2} entspricht zwei Impulsen der Verteilung I''_{T1s2}. Die Anzahl der durch diese dreifachen Summenkoinzidenzen hervorgerufenen Störungen ist deshalb mit dem Faktor 2 zu versehen. Verluste in der Verteilung I''_{T1s2} durch den zusätzlichen Nachweis eines "freien" Vernichtungsquants sind nur dann möglich, wenn das Streuquant in dem effektiven Streuvolumen $\bar{V}''_s$ entsteht (Abbildung 33d). In diesem Fall gehört der registrierte Impuls wieder der Verteilung $I''_{T12\bar{s}2}$ an.

Berücksichtigt man diese Störungen durch dreifache Summenkoinzidenzen, so ergibt sich für die Anzahl N''_{T1s2} der ausschließlich durch ein Streuquant der Vernichtungsstrahlung hervorgerufenen Verluste im Spektrum der typischen

Gammastrahlung:

$$N''_{T1s2} = 2\, e''_1\, e''_{s2}\, f_{s2}\, Q_c\, \Delta t - N''_{T12\bar{s}2} - 2\, N''_{T1s2s2} \qquad (7.1.9)$$

d. Der Detektor weist gleichzeitig ein Vernichtungsquant, ein typisches Gammaquant und ein durch das zweite Vernichtungsquant in dem effektiven Streuvolumen $\bar{V}''_s$ erzeugtes Streuquant nach. Die Anzahl dieser Störungen ist durch die Gleichung (7.1.5) gegeben.

e. Der Detektor weist gleichzeitig ein typisches Gammaquant und zwei durch die beiden Vernichtungsquanten in dem Streuvolumen V_s erzeugte koinzidente Streuquanten nach. Die Anzahl N''_{T1s2s2} der durch diese dreifachen Summenkoinzidenzen hervorgerufenen Verluste im Spektrum der typischen Gammastrahlung beträgt:

$$N''_{T1s2s2} = e''_1\, e''_{csv}\, f_{sc}\, Q_c\, \Delta t \qquad (7.1.10)$$

Die Anzahl N''_{T1} aller ungestörten direkten Wechselwirkungen eines typischen Gammaquants mit dem Detektor D" ergibt sich wieder, wenn man von der Anzahl N''_{T1max} die in den Abschnitten b bis e beschriebenen Störterme abzieht.

$$N''_{T1} = N''_{T1max} - N''_{T12} - N''_{T1s2} - N''_{T12\bar{s}2} - N''_{T1s2s2} \qquad (7.1.11)$$

$$= e''_1\, Q_1\, \Delta t \left(1 - \frac{2\, Q_c}{Q_1}\left(e''_2\left(1 - \bar{e}''_{s2}\,\frac{\bar{f}''_{s2}}{f''_g}\right) + e_{s2}\, f_{s2} - \frac{1}{2}\, e''_{csv}\, f_{sc}\right)\right)$$

7.1.1.3 Das Summenkoinzidenzspektrum der typischen Gammastrahlung und der Vernichtungsstrahlung

Die Abbildung 34 zeigt alle diejenigen Wechselwirkungen eines Detektors (D") mit den Strahlungen einer Na-22-Quelle, bei denen gleichzeitig eine direkte Wechselwirkung eines Vernichtungsquants und eines typischen Gammaquants stattfinden.

Die Anzahl N''_{T12} der ungestörten Nachweise eines koinzidenten Gammaquantenpaares, das aus einem Vernichtungsquant und einem typischen Gammaquant besteht, ergibt sich unmittelbar aus der Gleichung (7.1.2). Setzt man die Glei-

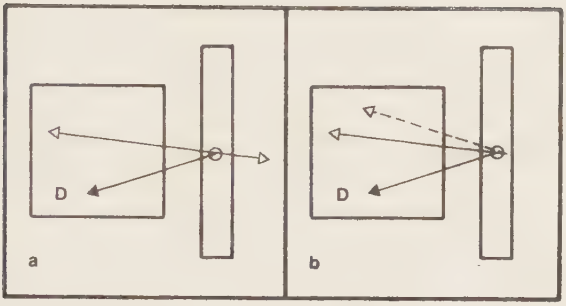


Abbildung 34 Die Wechselwirkungen eines Detektors D mit den Strahlungen einer Na-22-Quelle, die zu Verlusten in dem Summenkoinzidenzspektrum der typischen Gammastrahlung und der Vernichtungsstrahlung führen (⟶ typisches Gammaquant, ⇢ Streuquant eines typischen Gammaquants, ⟶▷ Vernichtungsquant, ⇢▷ Streuquant eines Vernichtungsquants)

chung (7.1.5), die die Störungen durch die dreifachen Summenkoinzidenzen (Abbildung 34b) beschreibt, in die Gleichung (7.1.2) ein, so erhält man:

$$N''_{T12} = 2\, e''_1\, e''_2\, Q_c\, \Delta t \left(1 - \bar{e}''_{s2}\, \frac{\bar{f}''_{s2}}{f''_g}\right) \qquad (7.1.12)$$

7.1.2 Bestimmung des absoluten Wirkungsgrades für die Vernichtungsstrahlung

Auch in diesem Fall läßt sich der absolute Wirkungsgrad der Detektoranordnung für die Vernichtungsstrahlung nicht unmittelbar aus dem Spektrum der Vernichtungsstrahlung bestimmen, da außer der Quellstärke $Q_c = Q_2$ auch noch der Wirkungsgrad e_1 für die typische Gammastrahlung, sowie die Streustrahlungsquellstärke $f_{s1}\, Q_c$ der durch die typische Gammastrahlung in dem Volumen V_s hervorgerufenen koinzidenten Vernichtungsquanten-Streuquanten-Paare und der Wirkungsgrad e_{s1} der Anordnung für diese Streuquanten bekannt sein müssen. Eine numerische Bestimmung von e_1, e_{s1} und f_{s1} ist aber nicht ohne weiteres möglich.

Bildet man dagegen in Anlehnung an das von S h a p i r o und H i g g s [27] beschriebene Verfahren den Quotienten aus der Anzahl N''_{p1} der Impulse im Ge-

samtenergiepeak der typischen Gammastrahlung und der Anzahl N''_{P12} der Impulse im Gesamtenergiepeak des Summenkoinzidenzspektrums I''_{T12}, so läßt sich ein Ausdruck für den absoluten Wirkungsgrad e''_2 der Detektoranordnung für die Vernichtungsstrahlung angeben. Auch in dieser Gleichung treten noch Korrekturglieder auf, die den Einfluß der durch die Vernichtungsstrahlung erzeugten Streuquanten berücksichtigen; es läßt sich jedoch zeigen, daß man diese Korrekturglieder näherungsweise bestimmen kann.

Bezeichnet man mit p''_1 wieder das Peak/Totalverhältnis des Detektors D" für die typische Gammastrahlung, so gilt für die Anzahl N''_{P1} der Impulse im Gesamtenergiepeak der typischen Gammastrahlung nach Gleichung (7.1.11):

$$N''_{P1} = e''_1 \, p''_1 \, Q_1 \, \Delta t \left(1 - 2 \frac{Q_c}{Q_1} \left(e''_2 \left(1 - k''_1 + \frac{k''_2}{e''_2}\right)\right)\right) \qquad (7.1.13)$$

$$\text{mit } k''_1 = \bar{e}''_{s2} \frac{\bar{f}''_{s2}}{f''_g} \quad \text{und} \quad k''_2 = e''_{s2} \, f_{s2} - \frac{1}{2} \, e''_{csv} \, f_{sc}$$

k''_1 beschreibt wieder den Einfluß der in dem effektiven Streuvolumen $\bar{V}''_s$ erzeugten Streuquanten und k''_2 den Einfluß der in dem gesamten Streuvolumen V_s erzeugten Streuquanten auf die Impulszahl N''_{P1} des Gesamtenergiepeaks.

Die Anzahl N''_{P12} der Impulse im Gesamtenergiepeak des Summenkoinzidenzspektrums ergibt sich aus Gleichung (7.1.12), wenn man mit p''_2 wieder das Peak/Total-Verhältnis des Detektors D" für die Vernichtungsstrahlung bezeichnet, zu:

$$N''_{P12} = 2 \, e''_1 \, e''_2 \, p''_1 \, p''_2 \, Q_c \, \Delta t \, (1 - k''_1) \qquad (7.1.14)$$

Bildet man den Quotienten, so erhält man:

$$\frac{N''_{P1}}{N''_{P12}} = \frac{Q_1}{2Q_c} \frac{2 \frac{Q_c}{Q_1} \left(e''_2 \left(1 - k''_1 + \frac{k''_2}{e''_2}\right)\right)}{p''_2 \, e''_2 \, (1 - k''_1)} \qquad (7.1.15)$$

Durch umformen erhält man aus dieser Gleichung für den absoluten Wirkungsgrad e''_2:

$$e''_2 = \frac{N''_{P12}}{2 \frac{Q_c}{Q_1} \left(\left(N''_{P1} \, p''_2 + N''_{P12}\right)\left(1 - k''_1\right) + N''_{P12} \frac{k''_2}{e''_2}\right)} \qquad (7.1.16)$$

Für das Korrekturglied k''_1 kann man wieder die Näherung (6.1.20) verwenden und es gilt wieder:

$$k''_1 \approx \frac{e_{cv}}{e''_2} \bar{k}''_s$$

Eine Abschätzung des Korrekturgliedes k''_2/e''_2 soll in den folgenden Kapiteln vorgenommen werden.

7.1.3 Abschätzung des Einflusses der durch die Vernichtungsstrahlung hervorgerufenen Streustrahlung auf den Gesamtenergiepeak der typischen Gammastrahlung

Nimmt man das zu dem Gesamtenergiepeak der typischen Gammastrahlung koinzidente Spektrum auf, so werden in dem Detektor D' die Verteilungen I'_{T2}, I'_{Ts2}, $I'_{\bar{T}s2}$, $I'_{T2\bar{s}2}$ und I'_{Ts2s2} registriert (Tabelle 3). Neben den direkten Wechselwirkungen der Vernichtungsstrahlung mit dem Detektor D' werden in diesem Fall nur noch die durch die Vernichtungsstrahlung hervorgerufenen Streuquanten nachgewiesen. Es läßt sich zeigen, daß man durch den Vergleich des Gesamtenergiepeaks der Vernichtungsstrahlung mit dem insgesamt registrierten Spektrum das Verhältnis des Einflusses der Streustrahlung zu dem absoluten Wirkungsgrad des Detektors für die Vernichtungsstrahlung abschätzen kann. Dieses Verhältnis entspricht aber dem gesuchten Korrekturglied k_2/e_2.

7.1.3.1 Das zu dem Gesamtenergiepeak der typischen Gammastrahlung koinzidente Spektrum der Vernichtungsstrahlung

In der Abbildung 35 sind alle diejenigen Wechselwirkungen der von einer Na-22-Quelle emittierten Gammastrahlungen mit dem Detektor D" dargestellt, zu denen ein koinzidentes Vernichtungsquant existiert, das eine direkte Wechselwirkung mit dem Detektor D' haben kann.

Die Wechselwirkungen, die in der Abbildung unter 35a, 35b, 35c, 35d und 35e dargestellt sind, entsprechen denen, die im Kapitel 6.1.1.1 in den Abbildungen 28d, 28b, 28e, 28c und 28g dargestellt sind. Faßt man die entsprechenden Gleichungen (6.1.6), (6.1.3), (6.1.7), (6.1.4) und (6.1.10) zusammen und ersetzt in der Gleichung (6.1.6) die Fraktion f''_{c1} durch f''_{p1}, um zum Ausdruck zu bringen, daß bei der hier verwendeten Diskriminatoreinstellung die meisten Steuersignale durch diese Wechselwirkung gebildet werden, so er-

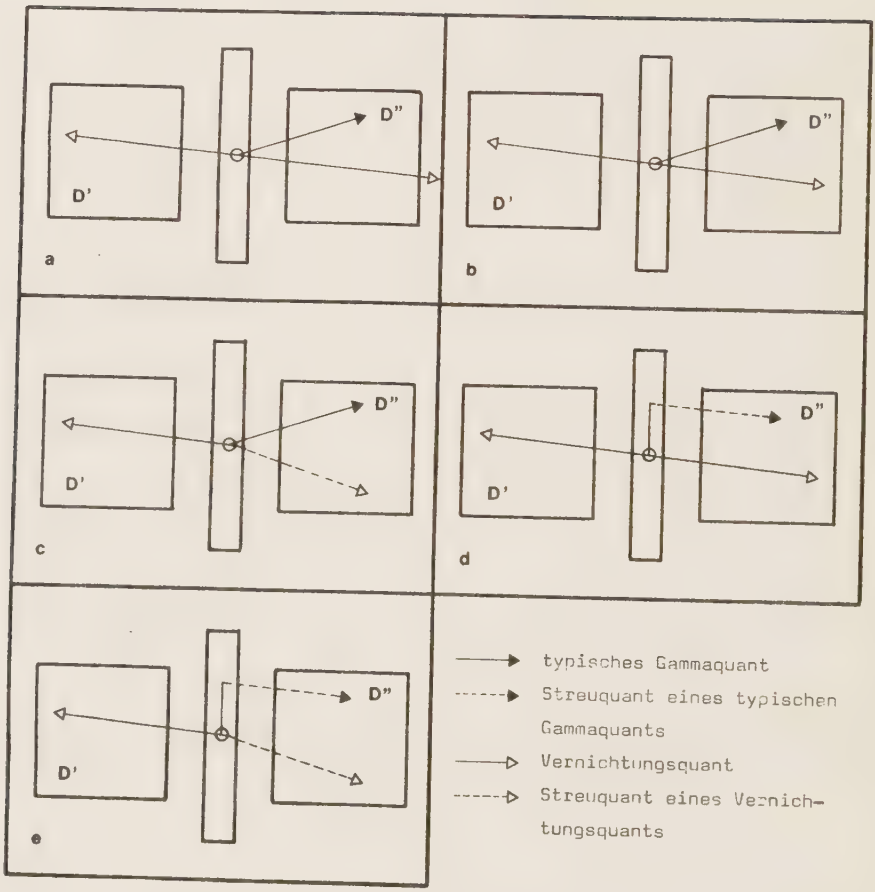


Abbildung 35 Die Wechselwirkungen des Detektors D" mit den Strahlungen einer Na-22-Quelle, die den direkten Nachweis eines koinzidenten Vernichtungsquants im Detektor D' triggern

gibt sich für die Anzahl $^{2}N'_{T2}$ der insgesamt koinzidert zu dem Energiebereich des Gesamtenergiepeaks der typischen Gammastrahlung registrierten direkten Wechselwirkungen der Vernichtungsstrahlung mit dem Detektor D':

$$^{2}N'_{T2} = 2\, e'_2\, e''_1\, f''_{p1}\, Q_c\, \Delta t \left(1 - \bar{e}''_{s2} \frac{\bar{f}'_{s2}}{f'_g} \left(1 - \frac{f''_{c1\bar{s}2}}{f''_{p1}} - \frac{e''_{s1}}{e''_1} f_{s1} \frac{f''_{cs1\bar{s}2}}{f''_{p1}}\right) - \right.$$

$$\left. - \frac{e_{cv}}{e'_2} \left(1 - \frac{f''_{c12}}{f''_{p1}} - \frac{e''_{s1}}{e''_1} f_{s1} \frac{f''_{cs12}}{f''_{p1}}\right) - \bar{\bar{e}}''_{s2} \frac{\bar{f}''_{s2}}{f''_g}\right) \qquad (7.1.17)$$

7.1.3.2 Das zu dem Gesamtenergiepeak der typischen Gammastrahlung koinzidente Spektrum der durch die Vernichtungsstrahlung erzeugten Streustrahlung

Die Abbildung 36 zeigt alle diejenigen Wechselwirkungen des Detektors D" mit den Gammastrahlungen einer Na-22-Quelle, die ein Steuersignal erzeugen, das den Nachweis eines oder zweier Streuquanten der Vernichtungsstrahlung durch den Detektor D' erlaubt.

a. Der Detektor D' weist ein durch die Vernichtungsstrahlung im Absorbervolumen V_s erzeugtes Streuquant nach, das Steuersignal wird ausschließlich durch den Nachweis eines typischen Gammaquants durch den Detektor D" erzeugt. Das "freie" Vernichtungsquant hat weder eine direkte noch eine indirekte Wechselwirkung mit einem der beiden Detektoren. Die Anzahl $^{2}_{a}N'_{Ts2max}$ der maximal möglichen Koinzidenzen zwischem einem derartigen Steuersignal und einem Streuquant beträgt:

$$^{2}_{a}N'_{Ts2max} = 2\, e'_{s2}\, f_{s2}\, e''_1\, f''_{p1}\, Q_c\, \Delta t \qquad (7.1.18)$$

Steuersignalverluste können nun einerseits durch eine direkte Wechselwirkung des "freien" Vernichtungsquants mit dem Detektor D" auftreten, das von dem Detektor D' nachgewiesene Streuquant muß dann in dem effektiven Streuvolumen $\bar{V}''_s$ entstehen (Abbildung 36b). Andererseits können Signalverluste durch den zusätzlichen Nachweis eines durch das "freie" Vernichtungsquant ebenfalls in V_s erzeugten Streuquants im Detektor D" auftreten (Abbildung 36c). Wird das "freie" Vernichtungsquant dagegen zusätzlich von dem Detektor D' nachgewiesen, so muß das Streuquant in dem effektiven Streuvolumen $\bar{V}'_s$ entstehen; der so registrierte Impuls gehört dann der Verteilung $I'_{T2\bar{\bar{s}}2}$ an. Wird das durch das "freie" Vernichtungsquant in V_s erzeugte Streuquant

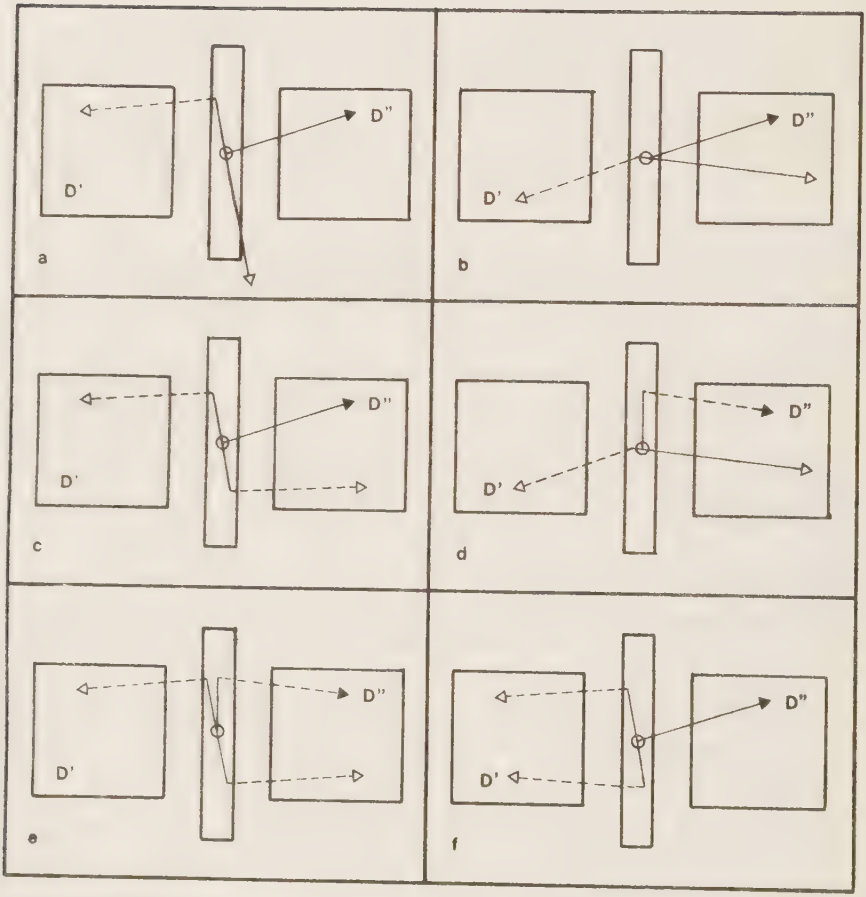


Abbildung 36 Die Wechselwirkungen des Detektors D" mit den Strahlungen einer Na-22-Quelle, die den Nachweis eines oder zweier Streuquanten, die durch die Vernichtungsstrahlung hervorgerufen werden, triggern (⟶ typisches Gammaquant, ----▸ Streuquant eines typischen Gammaquants, ⟶ Vernichtungsquant, -----▷ Streuquant eines Vernichtungsquants)

[illegible] von dem Detektor D' nachgewiesen, so gehört der von dem Detektor D' [illegible] Impuls der Verteilung I'_{Ts2s2} an. In diesem Fall muß, wie schon [illegible].1.1.2 beschrieben, berücksichtigt werden, daß sowohl das

gestörte, als auch das störende Quant der gleichen Strahlung angehören und somit durch diese Wechselwirkungen zwei Impulse der Verteilung I'_{Ts2} verloren gehen. Berücksichtigt man die beschriebenen Störungen, so ergibt sich für die Anzahl ${}^{2}_{a}N'_{Ts2}$ der insgesamt ungestört zu dem Gesamtenergiepeak der typischen Gammastrahlung koinzident nachgewiesenen Streuquanten:

$$
\begin{aligned}
{}^{2}_{a}N'_{Ts2} &= {}^{2}_{a}N'_{Ts2max} - 2\, e''_1\, f''_{p1}\, e'_2\, \bar{e}'_{s2}\, \frac{\bar{f}'_{s2}}{f'_g}\, Q_c\, \Delta t - 2\, e''_1\, f''_{p1}\, e'_{csv}\, f_{sc}\, Q_c\, \Delta t - \\
&\quad - 2\, e''_1\, f''_{p1}\, e''_2\, \bar{e}'_{s2}\, \frac{\bar{f}''_{s2}}{f''_g}\, Q_c\, \Delta t - 2\, e''_1\, f''_{p1}\, e_{csv}\, f_{sc}\, Q_c\, \Delta t = \\
&= 2\, e''_1\, f''_{p1}\, Q_c\, \Delta t \left(e'_{s2} f_{s2} - e'_2 \bar{e}'_{s2} \frac{\bar{f}'_{s2}}{f'_g} - e''_2 \bar{e}'_{s2} \frac{\bar{f}''_{s2}}{f''_g} - e'_{csv} f_{sc} - e_{csv} f_{sc}\right)
\end{aligned}
\qquad (7.1.19)
$$

b. Der Detektor D' weist ein durch die Vernichtungsstrahlung im effektiven Streuvolumen $\bar{V}''_s$ erzeugtes Streuquant nach, das Steuersignal wird durch den gleichzeitigen Nachweis eines Vernichtungsquants und eines typischen Gammaquants erzeugt. Das Steuersignal gehört also der Verteilung I''_{T12} an; f''_{c12} bezeichne wieder die zugehörige Fraktion. Die Anzahl ${}^{2}_{b}N'_{Ts2}$ der koinzident zu diesen Steuersignalen von dem Detektor D' nachgewiesenen Streuquanten beträgt dann:

$$
{}^{2}_{b}N'_{Ts2} = 2\, e''_1\, f''_{c12}\, e''_2\, \bar{e}'_{s2}\, \frac{\bar{f}''_{s2}}{f''_g}\, Q_c\, \Delta t \qquad (7.1.20)
$$

c. Der Detektor D' weist ein durch die Vernichtungsstrahlung im Streuvolumen V_s erzeugtes Streuquant nach, das Steuersignal wird durch den gleichzeitigen Nachweis eines typischen Gammaquants und eines ebenfalls in V_s durch das zweite Vernichtungsquant gebildeten Streuquants erzeugt. Das Steuersignal gehört dann der Verteilung I''_{T1s2} an, f''_{c1s2} sei wieder die zugehörige Fraktion. Die Anzahl ${}^{2}_{c}N'_{Ts2}$ der koinzident zu diesen Steuersignalen registrierten Streuquanten beträgt:

$$
{}^{2}_{c}N'_{Ts2} = 2\, e''_1\, f''_{c1s2}\, e_{csv}\, f_{sc}\, Q_c\, \Delta t \qquad (7.1.21)
$$

d. Der Detektor D' weist ein im effektiven Streuvolumen $\bar{V}''_s$ erzeugtes Streuquant nach, das Steuersignal wird durch den gleichzeitigen Nachweis eines

Streuquants der typischen Gammastrahlung und des zweiten Vernichtungsquants gebildet. Das so erzeugte Steuersignal gehört der Verteilung I''_{Ts12} an, die zugehörige Fraktion sei f''_{cs12}. Die Anzahl ${}^{2}_{d}N'_{Ts2}$ der so nachgewiesenen Streuquanten beträgt dann:

$$ {}^{2}_{d}N'_{Ts2} = 2\, e''_{s1}\, f_{s1}\, f''_{cs12}\, e''_{2}\, \bar{e}'_{s2}\, \frac{\bar{f}''_{s2}}{f''_{g}}\, Q_c\, \Delta t \qquad (7.1.22) $$

e. Der Detektor D' weist ein Streuquant der Vernichtungsstrahlung aus V_s nach, das Steuersignal wird durch den gleichzeitigen Nachweis eines Streuquants der typischen Gammastrahlung und eines durch das zweite Vernichtungsquant erzeugten Streuquants gebildet. Dieses Steuersignal gehört der Verteilung I''_{Ts1s2} an, f''_{cs1s2} gebe die Wahrscheinlichkeit an, daß ein Impuls dieser Verteilung ein Steuersignal erzeugt. Die Anzahl ${}^{2}_{e}N'_{Ts2}$ der koinzident zu diesen Steuersignalen von dem Detektor D' nachgewiesenen Streuquanten beträgt:

$$ {}^{2}_{e}N'_{Ts2} = 2\, e''_{s1}\, f_{s1}\, f''_{cs1s2}\, e_{csv}\, f_{sc}\, Q_c\, \Delta t \qquad (7.1.23) $$

f. Koinzident zu einem ausschließlich durch den Nachweis eines typischen Gammaquants erzeugten Steuersignal kann ein durch die beiden Vernichtungsquanten erzeugtes Streuquantenpaar von dem Detektor D' nachgewiesen werden. Die Anzahl ${}^{2}_{f}N'_{Ts2s2}$ der so nachgewiesenen Streuquanten beträgt:

$$ {}^{2}_{f}N'_{Ts2s2} = e''_{1}\, f''_{p1}\, e'_{csv}\, f_{sc}\, Q_c\, \Delta t \qquad (7.1.24) $$

Faßt man die in den Abschnitten a bis f beschriebenen Terme zusammen, so ergibt sich für die Anzahl ${}^{2}N'_{Ts2}$ der ausschließlich durch Streuquanten erzeugten Impulse, die koinzident zu dem Gesamtenergiepeak der typischen Gammastrahlung registriert werden:

$$ {}^{2}N'_{Ts2} = {}^{2}_{a}N'_{Ts2} + {}^{2}_{b}N'_{Ts2} + {}^{2}_{c}N'_{Ts2} + {}^{2}_{d}N'_{Ts2} + {}^{2}_{e}N'_{Ts2} + {}^{2}_{f}N'_{Ts2s2} = \qquad (7.1.25) $$

$$ = 2\, e''_{1}\, f''_{p1}\, Q_c\, \Delta t \left(e'_{s2}\, f_{s2} - \frac{1}{2}\, e'_{csv}\, f_{sc} - e'_{2}\, \bar{e}'_{s2}\, \frac{\bar{f}'_{s2}}{f'_{g}} - \right. $$

$$ - e''_{2}\, e'_{s2}\, \frac{\bar{f}''_{s2}}{f''_{g}} \left(1 - \frac{f''_{c12}}{f''_{p1}} - \frac{e''_{s1}}{e''_{1}}\, f_{s1}\, \frac{f''_{cs12}}{f''_{p1}} \right) - $$

$$ \left. - e_{csv}\, f_{sc} \left(1 - \frac{f''_{c1s2}}{f''_{p1}} \frac{e''_{s1}}{e''_{1}}\, f_{s1}\, \frac{f''_{cs1s2}}{f''_{p1}} \right) \right) $$

7.1.3.3 Bestimmung des Korrekturgliedes k_2/e_2

Will man die Anzahl $^2N'_2$ aller vom Detektor D' koinzident zu dem Gesamtenergiepeak der typischen Gammastrahlung registrierten direkten oder indirekten Wechselwirkungen der Vernichtungsstrahlung angeben, so muß man außer den beiden Verteilungen $^2N'_{T2}$ und $^2N'_{Ts2}$ auch noch diejenigen Wechselwirkungen berücksichtigen, die durch den gleichzeitigen Nachweis eines Vernichtungsquants und eines Streuquants der Vernichtungsstrahlung hervorgerufen werden. Diese Wechselwirkungen führen zu Impulsen der Verteilung $^2N'_{T2\bar{s}2}$ und es gilt:

$$^2N'_{T2\bar{s}2} = 2\, e''_1\, f''_{p1}\, Q_c\, \Delta t\, e'_2\, \bar{e}'_{s2}\, \frac{\bar{f}'_{s2}}{f'_g} \qquad (7.1.26)$$

Die Anzahl $^2N'_2$ aller registrierten Wechselwirkungen beträgt dann:

$$^2N'_2 = {}^2N'_{T2} + {}^2N'_{Ts2} + {}^2N'_{T2\bar{s}2} \qquad (7.1.27)$$

Die Anzahl $^2N'_{p2}$ der Impulse im Gesamtenergiepeak der Vernichtungsstrahlung ergibt sich wieder durch die Multiplikation der Anzahl $^2N'_{T2}$ aller direkten Wechselwirkungen der Vernichtungsstrahlung mit dem Peak/Total-Verhältnis p'_2. Bildet man den Quotienten aus der Anzahl $^2N'_{p2}$ der Impulse im Gesamtenergiepeak und der Anzahl $^2N'_2$ aller registrierten Impulse, so erhält man einen Ausdruck, der formal einem Peak/Total-Verhältnis entspricht, das im Folgenden als p'_{2s} bezeichnet werden soll.

$$p'_{2s} = \frac{^2N'_{p2}}{^2N'_2} = \frac{p'_2\, {}^2N'_{T2}}{^2N'_{T2} + {}^2N'_{Ts2} + {}^2N'_{T2\bar{s}2}} \qquad (7.1.28)$$

In dem Teilspektrum $^2N'_{Ts2}$ ist das zu bestimmende Korrekturglied k_2/e_2 enthalten; löst man daher diese Gleichung nach $^2N'_{Ts2}$ auf, so ergibt sich:

$$^2N'_{Ts2} = {}^2N'_{T2}\left(\frac{p'_2}{p'_{2s}} - 1\right) - {}^2N'_{T2\bar{s}2} \qquad (7.1.29)$$

Bevor man nun in diese Gleichung die in den Kapiteln 7.1.3.1 und 7.1.3.2 abgeleiteten Formeln für $^2N'_{T2}$ und $^2N'_{Ts2}$ einsetzt, sollen diese weitestgehend vereinfacht werden.

Vernachlässigt man zunächst einmal alle diejenigen Wechselwirkungen in Glei-

chung (7.1.17) und Gleichung (7.1.25), die nur unwesentliche Anteile zu den Verteilungen ${}^{2}N'_{T2}$ und ${}^{2}N'_{Ts2}$ beitragen – es sind dies diejenigen Wechselwirkungen, deren Steuersignale den Verteilungen I''_{T1s2}, $I''_{T1\bar{s}2}$, I''_{Ts12} und I''_{Ts1s2} angehören – so ergeben sich folgende Näherungen:

$$ {}^{2}N'_{T2} \approx 2\, e'_2\, e''_1\, f''_{p1}\, Q_c\, \Delta t \left(1 - \bar{e}''_{s2}\, \frac{\bar{f}'_{s2}}{f'_g} - \frac{e_{cv}}{e'_2}\left(1 - \frac{f''_{c12}}{f''_{p1}}\right) - \bar{e}'_{s2}\, \frac{\bar{f}'_{s2}}{f'_g}\right) \tag{7.1.30} $$

$$ {}^{2}N'_{Ts2} \approx 2\, e'_2\, e''_1\, f''_{p1}\, Q_c\, \Delta t \left(\frac{k'_2}{e'_2} - \frac{e''_2}{e'_2}\, \bar{e}'_{s2}\, \frac{\bar{f}''_{s2}}{f''_g}\left(1 - \frac{f''_{c12}}{f''_{p1}}\right) - \frac{e_{csv}}{e'_2}\, f_{sc} - \bar{e}'_{s2}\, \frac{\bar{f}'_{s2}}{f'_g}\right) $$

Berücksichtigt man weiter, daß die beiden Detektoren bei den Messungen symmetrisch zu der Quelle angeordnet sind, so gilt, daß die absoluten Wirkungsgrade des einen Detektors und die jeweils entsprechenden absoluten Wirkungsgrade des anderen Detektors gleich sind. Unter Verwendung der Definition des Korrekturgliedes $\bar{k}_s$ (Gleichung (5.2.8)) ergibt sich weiterhin:

$$ {}^{2}N'_{T2} \approx 2\, e'_2\, e''_1\, f''_{p1}\, Q_c\, \Delta t \left(1 - \frac{e_{cv}}{e'_2}\left(\bar{k}'_s + 1 - \frac{f''_{c12}}{f''_{p1}}\right) - \bar{e}'_{s2}\, \frac{\bar{f}'_{s2}}{f'_g}\right) \tag{7.1.31} $$

$$ {}^{2}N'_{Ts2} \approx 2\, e'_2\, e''_1\, f''_{p1}\, Q_c\, \Delta t \left(\frac{k'_2}{e'_2} - \frac{e_{cv}}{e'_2}\, \bar{k}'_s \left(1 - \frac{f''_{c12}}{f''_{p1}}\right) - \frac{e_{csv}}{e'_2}\, f_{sc} - \bar{e}'_{s2}\, \frac{\bar{f}'_{s2}}{f'_g}\right) $$

Setzt man diese beiden Näherungen, die beide eine Abschätzung der Verteilungen ${}^{2}N'_{T2}$ und ${}^{2}N'_{Ts2}$ nach unten darstellen, in die Gleichung (7.1.29) ein, so ergibt sich:

$$ \frac{k'_2}{e'_2} - \frac{e_{cv}}{e'_2}\, \bar{k}'_s \left(1 - \frac{f''_{c12}}{f''_{p1}}\right) - \frac{e_{csv}}{e'_2}\, f_{sc} - \bar{e}'_{s2}\, \frac{\bar{f}'_{s2}}{f'_g} \approx $$

$$ \approx \left(\frac{p'_2}{p'_{2s}} - 1\right)\left(1 - \frac{e_{cv}}{e'_2}\left(\bar{k}'_s + 1 - \frac{f''_{c12}}{f''_{p1}}\right) - \bar{e}'_{s2}\, \frac{\bar{f}'_{s2}}{f'_g}\right) - \bar{e}'_{s2}\, \frac{f'_{s2}}{f'_g} \tag{7.1.32} $$

Löst man diese Gleichung nach k'_2/e'_2 auf, so erhält man:

$$\frac{k'_2}{e'_2} \approx \left(\frac{p'_2}{p'_{2s}} - 1\right)\left(1 - \frac{e_{cv}}{e'_2}\left(\bar{k}'_s + 1 - \frac{f''_{c12}}{f''_{p1}}\right) - \bar{e}'_{s2}\,\frac{\bar{f}'_{s2}}{f'_g}\right) +$$

$$+ \frac{e_{cv}}{e'_2}\,\bar{k}'_s\left(1 - \frac{f''_{c12}}{f''_{p1}}\right) + \frac{e_{csv}}{e'_2}\,f_{sc} \qquad (7.1.33)$$

Für den Term $\bar{e}'_{s2}\bar{f}'_{s2}/f'_g$ wird wieder die Näherung (6.1.20) eingesetzt. Um auch den Term $f_{sc}e_{csv}/e'_2$ abzuschätzen, soll dieser Ausdruck zunächst mit der Definition von $\bar{k}''_s$ (Gleichung (5.2.8)) erweitert werden.

$$\frac{e_{csv}}{e'_2}\,f_{sc} = \frac{e_{cv}}{e'_2}\,\bar{k}''_s\,\frac{e_{csv}}{e''_2\,\bar{e}'_{s2}}\,f_{sc}\,\frac{f''_g}{f''_{s2}} \qquad (7.1.34)$$

Das Produkt aus dem "Koinzidenzstreufaktor" f_{sc} und dem reziproken Wert von $\bar{f}''_{s2}/f''_g$ ist kleiner als 1, wie man aus der Gleichung (6.1.24) entnehmen kann. Der Koinzidenzwirkungsgrad der beiden Detektoren für die durch die Vernichtungsstrahlung erzeugten koinzidenten Streuquantenpaare ist annähernd proportional zu f_g^2 (cf. Kapitel 6.1.2) und vom Betrag vergleichbar mit dem Produkt $e''_2\bar{e}'_{s2}$. Damit ergibt sich folgende Näherung:

$$\frac{e_{csv}}{e'_2} \approx \frac{e_{cv}}{e'_2}\,\bar{k}''_s \qquad (7.1.35)$$

Setzt man diese Näherung in die Gleichung (7.1.33) ein und berücksichtigt hierbei, daß $\bar{k}''_s = \bar{k}'_s$ wegen der symmetrischen Anordnung der Detektoren gilt, so läßt sich folgender Ausdruck für das Korrekturglied k'_2/e'_2 angeben:

$$\frac{k'_2}{e'_2} \approx \left(\frac{p'_2}{p'_{2s}} - 1\right)\left(1 - \frac{e_{cv}}{e'_2}\left(2\bar{k}'_s + 1 - \frac{f''_{c12}}{f''_{p1}}\right)\right) + \frac{e_{cv}}{e'_2}\,\bar{k}'_s\left(2 - \frac{f''_{c12}}{f''_{p1}}\right) \qquad (7.1.36)$$

Um mit dieser Gleichung das Korrekturglied k'_2/e'_2 berechnen zu können, muß man noch das Verhältnis f''_{c12}/f''_{p1} kennen. Es läßt sich in einfacher Weise aus dem im Kapitel 6.1.1 behandelten, zum Gesamtenergiepeak der Vernichtungsstrahlung koinzidenten Spektrum (Abbildung 31) abschätzen.

Die Methode beruht darauf, daß man den bei der Auswertung des Peaks $^1N'_{p1}$ der typischen Gammastrahlung bestimmten Untergrund $^1U'_{p1}$ unter diesem Peak mit dem Gesamtenergiepeak $^1N'_{p12}$ des Summenkoinzidenzspektrums vergleicht.

Für die Anzahl $^1N'_{p12}$ der Impulse im Gesamtenergiepeak des Summenkoinzidenz-

spektrums gilt nach Gleichung (6.1.29):

$$^{1}U'_{P1} = 2\,\epsilon'_{1}\,\epsilon_{cv}\,f''_{p2}\,f'_{u12}\,Q_{c}\,\Delta t$$

Geht man davon aus, daß der Untergrund $^{1}U'_{P1}$ unter dem Gesamtenergiepeak der typischen Gammastrahlung in erster Linie durch das Summenkoinzidenzspektrum I'_{T12} gebildet wird - die Verteilungen I'_{T1s2}, I'_{Ts12} und I'_{Ts1s2} werden hierbei vernachlässigt - so ergibt sich für die Anzahl $^{1}U'_{P1}$ der Impulse des Untergrundes:

$$^{1}U'_{P1} = 2\,\epsilon'_{1}\,\epsilon_{cv}\,f''_{p2}\,f'_{u12}\,Q_{c}\,\Delta t \qquad (7.1.37)$$

f'_{u12} gibt diejenige Fraktion des Summenkoinzidenzspektrums an, die den Untergrund unter dem Gesamtenergiepeak der typischen Gammastrahlung bildet; sie ist nicht konstant, sondern hängt von dem Energieintervall ΔE_p ab, innerhalb dessen die Peakintegration durchgeführt wird. Bildet man nun den Quotienten aus der Anzahl $^{1}U'_{P1}$ der Impulse im Untergrund und der Anzahl $^{1}N'_{P12}$ der Impulse im Gesamtenergiepeak des Summenkoinzidenzspektrums, so erhält man:

$$\frac{f'_{u12}}{p'_{1}} = \frac{^{1}U'_{P1}}{^{1}N'_{P12}}\,p'_{2} \qquad (7.1.38)$$

Um aus dem Verhältnis f'_{u12}/p'_{1}, das sich auf das Energieintervall ΔE_p bezieht, das Verhältnis f'_{c12}/f'_{p1}, das auf ein beliebiges, durch die Diskriminatoreinstellung gegebenes Energieintervall ΔE_D bezogen ist, zu berechnen, muß man noch zwei weitere Faktoren berücksichtigen. Der Zusammenhang zwischen f'_{u12}/p'_{1} und f'_{c12}/f'_{p1}, sowie ΔE_p und ΔE_D ist in der Abbildung 37 dargestellt.

Im allgemeinen sind die beiden Energieintervalle ΔE_p und ΔE_D nicht gleich. Unterscheiden sich die beiden Energieintervalle nicht zu stark, so gilt:

$$f'_{u12}\,\frac{\Delta E_{\cdot}}{\Delta E_{\cdot}} = f'_{c12} \qquad (7.1.39)$$

Hierbei wird angenommen, daß der Untergrund unter dem Peak linear ist und die beiden Energieintervalle symmetrisch zu dem Peakmaximum angeordnet sind. Ist das Energieintervall ΔE_D erheblich kleiner als zwei Halbwertsbreiten

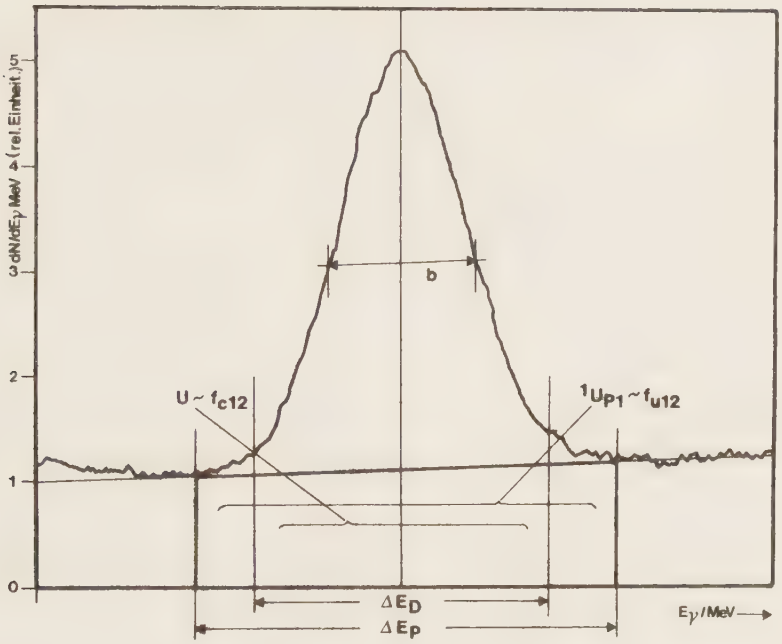


Abbildung 37 Zusammenhang zwischen f'_{u12} und f'_{c12} und zwischen ΔE_p und ΔE_D

des Peaks, so gilt die im Vorangegangenen gemachte Annahme $f'_{p1} \approx p'_1$ nicht mehr. Unter der Voraussetzung, daß sich der Gesamtenergiepeak durch eine Gaußverteilung beschreiben läßt, gilt dann für den Zusammenhang zwischen f'_{p1} und p'_1:

$$f'_{p1} \approx p'_1 \frac{2}{\sqrt{2\pi}} \int_0^x \exp\left(-\frac{x^2 \ln 2}{2}\right) dx = p'_1 C(\Delta E_D) \quad \text{mit } x = \frac{\Delta E_D}{b} \qquad (7.1.40)$$

x gibt hierbei das Energieintervall ΔE_D in Einheiten der Halbwertsbreite b des Gesamtenergiepeaks der typischen Gammastrahlung an. (Diese Gleichung ergibt sich aus der Formel für die Normalverteilung unter Verwendung des Zusammenhangs zwischen der Halbwertsbreite b und der Standardabweichung σ dieser Verteilung (cf. Lehrbücher der Statistik).) Auch hierbei wird vorausgesetzt, daß das Energieintervall ΔE_D symmetrisch zu dem Peakmaximum angeordnet ist. Die Funktion $C(\Delta E_D)$ ist in der Abbildung 38 dargestellt.

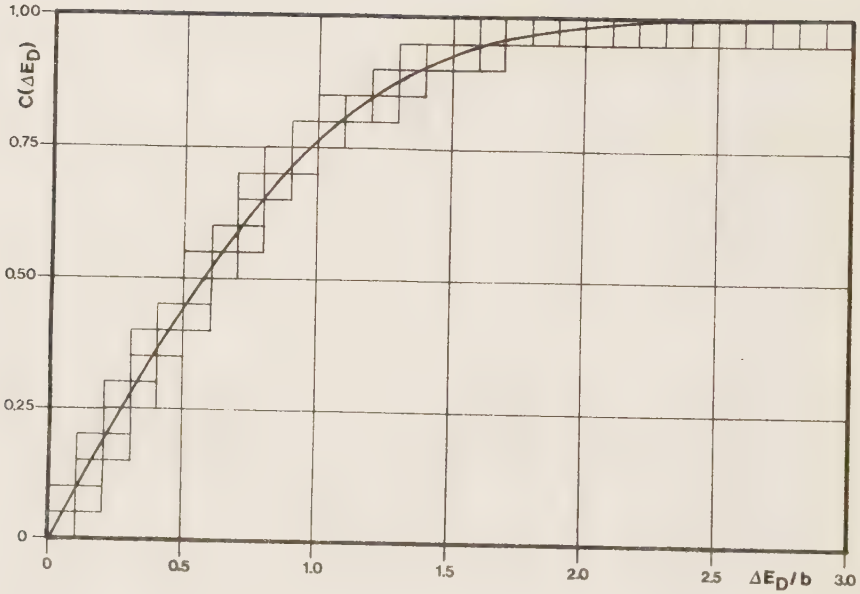


Abbildung 38 Darstellung $C(\Delta E_D) = f(\Delta F_D/b)$

Berücksichtigt man die durch die Gleichungen (7.1.39) und (7.1.40) angegebenen Korrekturen, so ergibt sich für f'_{c12}/f'_{p1} nach Gleichung (7.1.38):

$$\frac{f'_{c12}}{f'_{p1}} = \frac{f'_{u12}}{p'_1} \frac{\Delta E_D}{C(\Delta E_D)\,\Delta E_p} = p'_2 \frac{{}^1U'_{P1}}{{}^1N'_{P12}\,\Delta E_p} \frac{\Delta E_D}{C(\Delta E_D)} =$$

$$= \left(\frac{f'_{c12}}{f'_{p1}}\right)_N \frac{\Delta E_D}{C(\Delta E_D)} \qquad (7.1.41)$$

$(f'_{c12}/f'_{p1})_N$ gibt hierbei ein auf die Energieeinheit normiertes Verhältnis an, das unabhängig von der jeweiligen Diskriminatoreinstellung ist. $\Delta E_D/C(\Delta E_D)$ hängt nur von der Diskriminatoreinstellung ab.

Das Verhältnis f''_{c12}/f''_{p1} ergibt sich entsprechend Gleichung (7.1.41), wenn man die einfach gestrichenen Größen durch die entsprechenden zweifach gestrichenen Größen ersetzt.

7.2 Zusammenstellung der experimentell ermittelten Werte

7.2.1 Das Korrekturglied k_2/e_2

Zur Berechnung des Korrekturgliedes k_2/e_2 muß das Verhältnis f_{c12}/f_{p1} bekannt sein, die Abschätzung dieses Verhältnisses ist nach Gleichung (7.1.41) aus dem im Kapitel 6.1.1 behandelten, zum Gesamtenergiepeak der Vernichtungsstrahlung koinzidenten Spektrum möglich. In den Tabellen 12a-c und 13a-c sind die Werte für $(f'_{c12}/f'_{p1})_N$ und $(f''_{c12}/f''_{p1})_N$ für die unterschiedlichen Quellentypen und die verschiedenen Quellenabstände zusammengestellt. Für das Peak/Total-Verhältnis wurde der in dem Kapitel 5.2.2 ermittelte Wert eingesetzt. ΔE_p wurde aus der Anzahl ΔK der bei der Auswertung des Gesamtenergiepeaks der typischen Gammastrahlung herangezogenen Kanäle und der Verstärkung a_1 berechnet. Für die Verstärkung wurde generell ein Fehler von 1% angenommen.

Wie man erkennen kann, unterscheiden sich die entsprechenden Werte für $(f'_{c12}/f'_{p1})_N$ und $(f''_{c12}/f''_{p1})_N$ nicht. Das war zu erwarten, da sich auch die beiden Peak/Total-Verhältnisse der Detektoren D' und D" nicht unterscheiden.

Wegen der Identität der Detektoren bezüglich des Peak/Total-Verhältnisses wurde bei der Bestimmung des in Gleichung (7.1.28) eingeführten Verhältnisses p_{2s} darauf verzichtet, diesen Wert für die beiden Detektoren zu bestimmen. Vielmehr wurde das Verhältnis p'_{2s} durch das entsprechende Koinzidenzexperiment für die verschiedenen Quellentypen und die verschiedenen Quellenabstände für den Detektor D' ermittelt und diese Werte auch für diejenigen Abschätzungen verwendet, bei denen p''_{s2} verwendet werden müßte.

Zur Bestimmung von p'_{s2} wurde der Detektor D' durch den Detektor D" getriggert. Die Energieauflösung des Detektors D" bei 1.275 MeV beträgt ca. 5%, die Fraktion f''_{p1} wurde wieder auf etwa zwei Halbwertsbreiten des Gesamtenergiepeaks der typischen Gammastrahlung eingestellt, d.h. alle Impulse zwischen 1.215 MeV und 1.334 MeV wurden zur Triggerung des Detektors D' verwendet. Die Schwellen der "constant fraction trigger" wurden auf 0.02 MeV eingestellt. Die Zeitauflösung der schnellen Koinzidenzstufe betrug wieder 0.3 μs, die der langsamen Koinzidenzstufe 1 μs. Die Impulse des Detektors D'

Tabelle 12a Quotienten $(f'_{c12}/f'_{p1})_N$ (Detektor D', Quellentyp P)

d/cm	$^1U'_{P1}$	$d\,^1U'_{P1}$ rel.	$^1N'_{P12}$	$d\,^1N'_{P12}$ rel.	ΔK	$a_1\,10^3$ MeV/K	$(\frac{f'_{c12}}{f'_{p1}})_N$	$d(\frac{f'_{c12}}{f'_{p1}})_N$
1.39	501903	0.004	628431	0.003	85	2.29	2.861	0.012
1.89	301647	0.006	351176	0.004	90	2.25	2.876	0.013
2.39	205530	0.005	238094	0.006	90	2.24	2.903	0.014
3.39	90334	0.008	120946	0.008	80	2.24	2.862	0.016
4.39	78648	0.010	83675	0.009	100	2.31	2.769	0.017
6.39	33244	0.013	48684	0.010	75	2.44	2.530	0.020
10.39	6652	0.026	10505	0.029	65	2.47	2.674	0.041

Tabelle 12b Quotienten $(f'_{c12}/f'_{p1})_N$ (Detektor D', Quellentyp F)

d/cm	$^1U'_{P1}$	$d\,^1U'_{P1}$ rel.	$^1N'_{P12}$	$d\,^1N'_{P12}$ rel.	ΔK	$a_1\,10^3$ MeV/K	$(\frac{f'_{c12}}{f'_{p1}})_N$	$d(\frac{f'_{c12}}{f'_{p1}})_N$
1.39	372003	0.005	468041	0.004	85	2.26	2.805	0.013
1.89	255915	0.005	295530	0.004	90	2.27	2.874	0.013
2.39	217667	0.006	236151	0.005	95	2.24	2.937	0.014
3.39	97766	0.007	121063	0.007	85	2.24	2.876	0.015
4.39	77215	0.009	92100	0.009	90	2.32	2.722	0.017
6.39	25994	0.013	38841	0.011	70	2.41	2.690	0.020
10.39	5946	0.024	10173	0.025	60	2.49	2.652	0.036

Tabelle 12c Quotienten $(f'_{c12}/f'_{p1})_N$ (Detektor D', Quellentyp Z)

d/cm	$^1U'_{P1}$	$d\,^1U'_{P1}$ rel.	$^1N'_{P12}$	$d\,^1N'_{P12}$ rel.	ΔK	$a_1\,10^3$ MeV/K	$(\frac{f'_{c12}}{f'_{p1}})_N$	$d(\frac{f'_{c12}}{f'_{p1}})_N$
1.39	378313	0.005	474410	0.003	85	2.25	2.827	0.013
1.89	282564	0.005	326701	0.004	90	2.26	2.883	0.013
2.39	200686	0.006	219370	0.006	95	2.24	2.915	0.014
3.39	95702	0.007	113609	0.007	90	2.24	2.833	0.015
4.39	68512	0.009	81789	0.008	90	2.32	2.720	0.016
6.39	26751	0.012	41387	0.010	70	2.42	2.587	0.019
10.39	5893	0.028	10275	0.026	60	2.49	2.603	0.040

Die Einheit der Quotienten $(f'_{c12}/f'_{p1})_N$ ist MeV^{-1}.

Tabelle 13a Quotienten $(f''_{c12}/f''_{p1})_N$ (Detektor D", Quellentyp P)

d/cm	$^1U''_{P1}$	$d\,^1U''_{P1}$ rel.	$^1N''_{P12}$	$d\,^1N''_{P12}$ rel.	ΔK	$a_1\,10^3$ MeV/K	$(\frac{f''_{c12}}{f''_{p1}})_N$	$d(\frac{f''_{c12}}{f''_{p1}})_N$
1.39	510680	0.005	637184	0.004	85	2.25	2.841	0.013
1.89	277163	0.006	339807	0.004	85	2.26	2.879	0.013
2.39	212182	0.006	241562	0.005	90	2.25	2.941	0.014
3.39	118932	0.008	131607	0.008	95	2.24	2.879	0.016
4.39	69105	0.011	82566	0.009	90	2.30	2.741	0.018
6.39	35089	0.014	46152	0.012	80	2.47	2.602	0.022
10.39	6136	0.025	10382	0.027	60	2.48	2.693	0.038

Tabelle 13b Quotienten $(f''_{c12}/f''_{p1})_N$ (Detektor D", Quellentyp F)

d/cm	$^1U''_{P1}$	$d\,^1U''_{P1}$ rel.	$^1N''_{P12}$	$d\,^1N''_{P12}$ rel.	ΔK	$a_1\,10^3$ MeV/K	$(\frac{f''_{c12}}{f''_{p1}})_N$	$d(\frac{f''_{c12}}{f''_{p1}})_N$
1.39	494090	0.004	614708	0.005	85	2.26	2.837	0.013
1.89	295826	0.005	341913	0.004	90	2.26	2.884	0.013
2.39	205054	0.007	237662	0.006	90	2.24	2.902	0.014
3.39	98196	0.009	129414	0.008	80	2.25	2.858	0.016
4.39	73479	0.011	83076	0.010	95	2.31	2.733	0.019
6.39	31821	0.015	45632	0.011	75	2.43	2.594	0.022
10.39	6928	0.024	10757	0.025	65	2.50	2.687	0.036

Tabelle 13c Quotienten $(f''_{c12}/f''_{p1})_N$ (Detektor D", Quellentyp Z)

d/cm	$^1U''_{P1}$	$d\,^1U''_{P1}$ rel.	$^1N''_{P12}$	$d\,^1N''_{P12}$ rel.	ΔK	$a_1\,10^3$ MeV/K	$(\frac{f''_{c12}}{f''_{p1}})_N$	$d(\frac{f''_{c12}}{f''_{p1}})_N$
1.39	520649	0.004	623608	0.004	90	2.24	2.808	0.013
1.89	276240	0.005	320942	0.004	90	2.24	2.895	0.013
2.39	220498	0.006	237038	0.006	95	2.26	2.938	0.014
3.39	98636	0.010	115204	0.009	90	2.25	2.867	0.017
4.39	63496	0.012	80782	0.010	85	2.32	2.702	0.019
6.39	31326	0.014	49315	0.011	70	2.40	2.564	0.021
10.39	6138	0.024	10566	0.026	60	2.48	2.647	0.037

Die Einheit der Quotienten $(f''_{c12}/f''_{p1})_N$ ist MeV^{-1}.

wurden mit einem 1024-Kanal-Impulshöhenanalysator registriert; die Verstärkung betrug bei den Messungen ca. 1.4 KeV/Kanal. Die Meßzeiten lagen zwischen 20 h für die kleinen Quellenabstände und 30 h für die größeren Quellenabstände.

In der Abbildung 39 ist das koinzident zu dem Gesamtenergiepeak der typischen Gammastrahlung bei einem Quellenabstand von 2.39 cm aufgenommene Spektrum einer annähernd punktförmigen Na-22-Quelle dargestellt. Zum Vergleich wurde die entsprechende, zu dem Gesamtenergiepeak des Summenkoinzidenzspektrums koinzidente Verteilung (Abbildung 23) eingezeichnet. Beide Spektren sind auf gleiche Peakflächen normiert. Die Differenz dieser Spektren ergibt dann das Spektrum der ausschließlich durch Streuquanten hervorgerufenen Wechselwirkungen (cf. Kapitel 7.1.3.2). Der Peak bei ca. 0.05 MeV wird durch die in dem Anticomptonschild erzeugte Pb-Röntgenstrahlung hervorgerufen; der Einfluß dieser Strahlung wurde bei der theoretischen Behandlung des Einflusses der Streustrahlung auf den Gesamtenergiepeak der typischen Gammastrahlung vernachlässigt.

Die Auswertung der Spektren erfolgte wie bei der Ermittlung des Peak/Total-Verhältnisses. In den Tabellen 14a-c sind die Ergebnisse für das Verhältnis p'_{2s} und den in der Gleichung (7.1.29) eingeführten Ausdruck $(p'_2/p'_{2s} - 1)$ zusammengestellt. Ähnlich wie beim Peak/Total-Verhältnis ist auch hier kein signifikanter Zusammenhang zwischen dem Quellentyp und den sich entsprechenden Werten für das Verhältnis p'_{2s} zu erkennen.

Deutlich dagegen ist die Abnahme der p'_{2s}-Werte mit zunehmendem Quellenabstand. Das bedeutet, daß sich mit zunehmendem Abstand der Einfluß der Streustrahlung auf das Spektrum zunimmt. Verantwortlich für diesen Effekt sind die unterschiedlichen Abhängigkeiten der Verteilung I'_{T2} der direkten Wechselwirkungen der Vernichtungsstrahlung mit dem Detektor D' und der Verteilung I'_{Ts2} der Wechselwirkungen der Streuquanten mit dem Detektor D' vom Geometriefaktor f'_g (Gleichung (7.1.31)). Sieht man von der Störung der Verteilung I'_{Tz} durch die in dem effektiven Streuvolumen $\bar{V}'_s$ erzeugten Streustrahlung ab, so ist die Anzahl $^2N'_{T2}$ der direkten Wechselwirkungen proportional zu dem Quadrat des Geometriefaktors f'_g. Diese Proportionalität gilt nicht für die Anzahl $^2N'_{Ts2}$ der nachgewiesenen Streuquanten. Die durch Dreifachkoinzidenzen hervorgerufenen Verluste dieser Verteilung, an denen zwei Streu-

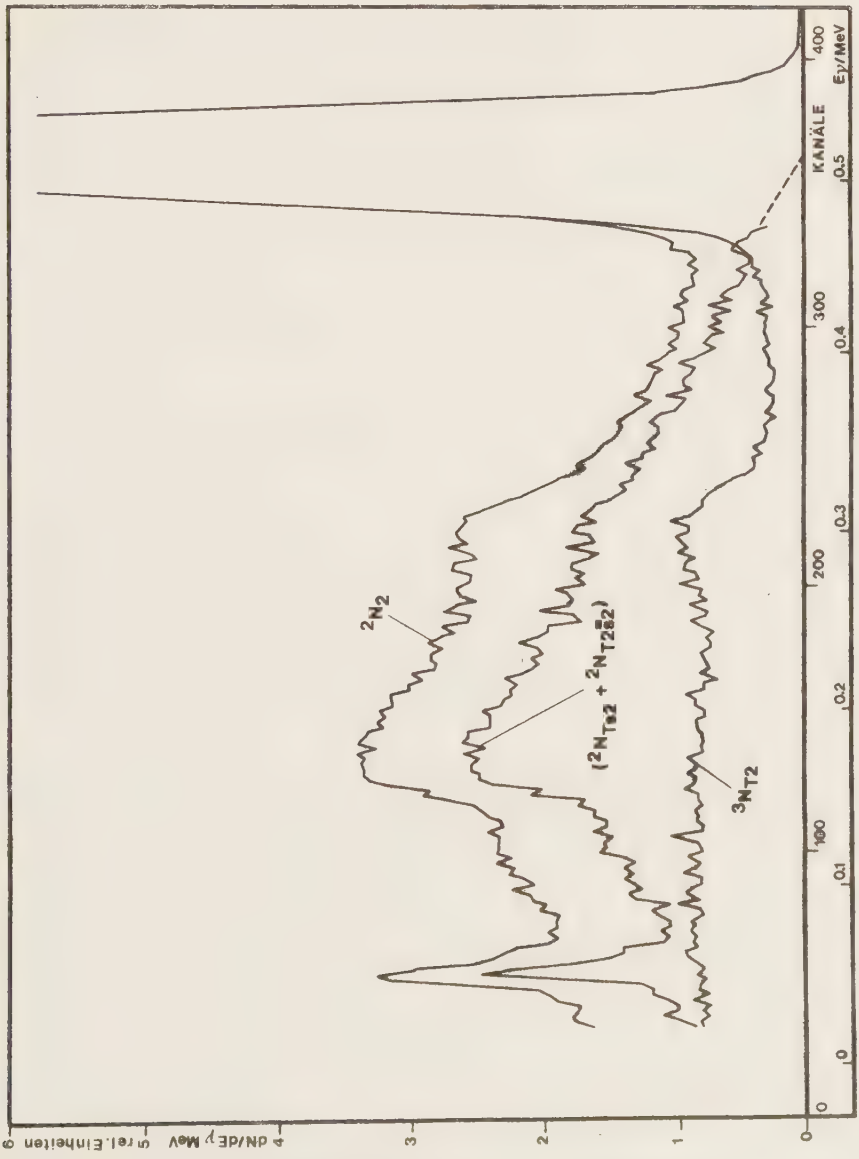


Abbildung 39 Das zu dem Gesamtenergiepeak der typischen Gammastrahlung einer Na-22-Quelle koinzidente Spektrum ($^2N_2$) und das Spektrum der Streustrahlung ($^2N_{Ts2} + {}^2N_{T2\bar{s}2}$) (Abstand d = 2.39 cm)

Quanten beteiligt sind (Gleichung (7.1.21), Gleichung (7.1.23) und Gleichung (7.1.24)), sind annähernd proportional zu f'^{3}_{g}. Mit zunehmendem Abstand nehmen diese Terme stärker als die zu f'^{2}_{g} proportionalen Anteile der Verteilung I'_{Ts2} ab. Das bedeutet weiterhin, daß $1/p'_{2s}$ eine lineare Funktion des Geometriefaktors f'_{g} sein muß (Gleichung (7.1.28)). In der Abbildung 40 ist dieser Zusammenhang graphisch dargestellt.

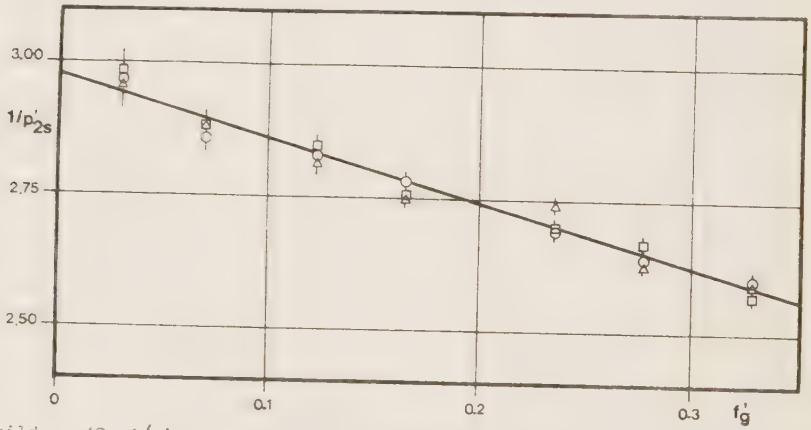


Abbildung 40 $1/p'_{2s}$ als Funktion des Geometriefaktors f'_{g} (○ Quellentyp P, △ Quellentyp F, □ Quellentyp Z)

In den Tabellen 15a-c und 16a-c sind die Werte für die Korrekturglieder b'/a' und b''/a'' zusammengestellt. Der Zusammenhang zwischen den Quotienten (f_{c12}/f_{c1}) und f_{c12}/f_{c1} ergibt sich folgendermaßen:

Die ausgewählte Fraktion f_{c1} wird durch das Energieintervall ΔE_D vorgegeben, das Energieintervall betrug:

$$\Delta E_D = 1.334\ \text{MeV} - 1.215\ \text{MeV} = 0.119\ \text{MeV},$$

bei einer Halbwertsbreite von 0.064 MeV (1.0 ± 0.02) ergibt sich für das Verhältnis

$$\frac{\Delta E_D}{b} = 1.86\ (1.0 \pm 0.02).$$

Für die Funktion $C(\Delta E_D)$ ergibt sich aus der graphischen Darstellung 38:

Tabelle 14a "Peak/Total-Verhältnis" p'_{2s} (Detektor D', Quellentyp P)

d/cm	$^2N'_{P2}$	d $^2N'_{P2}$ rel.	$^2N'_2$	d $^2N'_2$ rel.	p'_{2s}	d p'_{2s} rel.	$\frac{p'_2}{p'_{2s}}-1$	d$\frac{p'_2}{p'_{2s}}-1$
1.39	647470	0.004	1680500	0.001	0.3853	0.004	0.7597	0.015
1.89	569281	0.004	1503000	0.002	0.3788	0.005	0.7900	0.015
2.39	433545	0.004	1171000	0.003	0.3702	0.005	0.8313	0.016
3.39	313602	0.004	856000	0.002	0.3664	0.005	0.8507	0.015
4.39	164587	0.005	466000	0.003	0.3532	0.006	0.9196	0.016
6.39	175246	0.005	502000	0.004	0.3491	0.007	0.9422	0.017
10.39	29304	0.012	86900	0.007	0.3372	0.014	1.0106	0.029

Tabelle 14b "Peak/Total-Verhältnis" p'_{2s} (Detektor D', Quellentyp F)

d/cm	$^2N'_{P2}$	d $^2N'_{P2}$ rel.	$^2N'_2$	d $^2N'_2$ rel.	p'_{2s}	d p'_{2s} rel.	$\frac{p'_2}{p'_{2s}}-1$	d$\frac{p'_2}{p'_{2s}}-1$
1.39	631872	0.004	1642500	0.002	0.3847	0.005	0.7624	0.016
1.89	587284	0.004	1547000	0.002	0.3796	0.005	0.7860	0.015
2.39	403768	0.005	1105000	0.003	0.3654	0.006	0.8555	0.017
3.39	327803	0.004	901000	0.002	0.3638	0.005	0.8636	0.015
4.39	165223	0.005	465000	0.003	0.3553	0.006	0.9081	0.016
6.39	180037	0.006	517500	0.005	0.3479	0.008	0.9488	0.019
10.39	30109	0.014	89100	0.007	0.3379	0.016	1.0064	0.033

Tabelle 14c "Peak/Total-Verhältnis" p'_{2s} (Detektor D', Quellentyp Z)

d/cm	$^2N'_{P2}$	d $^2N'_{P2}$ rel.	$^2N'_2$	d $^2N'_2$ rel.	p'_{2s}	d p'_{2s} rel.	$\frac{p'_2}{p'_{2s}}-1$	d$\frac{p'_2}{p'_{2s}}-1$
1.39	620745	0.004	1598000	0.001	0.3885	0.004	0.7454	0.015
1.89	551892	0.004	1471000	0.002	0.3752	0.005	0.8071	0.015
2.39	463170	0.004	1251000	0.002	0.3702	0.005	0.8312	0.015
3.39	291563	0.005	799500	0.003	0.3647	0.006	0.8592	0.017
4.39	138788	0.006	396000	0.003	0.3505	0.007	0.9345	0.017
6.39	185906	0.006	534500	0.005	0.3478	0.008	0.9493	0.019
10.39	32344	0.012	96600	0.008	0.3348	0.014	1.0249	0.030

[illegible] [illegible]

[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]

[illegible] [illegible]

[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]

[illegible] [illegible]

[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]

Tabelle 16a Korrekturfaktoren k''_2/e''_2 (Detektor D", Quellentyp P)

d/cm	$\bar{k}''_s$	d $\bar{k}''_s$ rel.	f'_{c12}/f'_{p1}	d $\frac{f'_{c12}}{f'_{p1}}$	e_{cv}/e''_2	de_{cv}/e''_2 rel.	k''_2/e''_2	d k''_2/e''_2 rel.
1.39	0.1140	0.056	0.3426	0.023	0.5451	0.008	0.4960	0.048
1.89	0.0846	0.084	0.3480	0.024	0.5574	0.010	0.5063	0.050
2.39	0.0673	0.115	0.3513	0.024	0.5506	0.012	0.5339	0.049
3.39	0.0471	0.196	0.3463	0.026	0.5672	0.015	0.5340	0.054
4.39	0.0327	0.185	0.3338	0.026	0.5775	0.014	0.5626	0.044
6.39	0.0214	0.476	0.3061	0.028	0.6199	0.018	0.5344	0.067
10.39	0.0068	1.626	0.3236	0.046	0.6360	0.039	0.5744	0.093

Tabelle 16b Korrekturfaktoren k''_2/e''_2 (Detektor D", Quellentyp F)

d/cm	$\bar{k}''_s$	d $\bar{k}''_s$ rel.	f'_{c12}/f'_{p1}	d $\frac{f'_{c12}}{f'_{p1}}$	e_{cv}/e''_2	de_{cv}/e''_2 rel.	k''_2/e''_2	d k''_2/e''_2 rel.
1.39	0.1140	0.056	0.3394	0.024	0.5306	0.009	0.5033	0.048
1.89	0.0846	0.084	0.3478	0.024	0.5360	0.009	0.5148	0.046
2.39	0.0673	0.115	0.3554	0.024	0.5328	0.011	0.5593	0.046
3.39	0.0471	0.196	0.3480	0.025	0.5440	0.013	0.5553	0.049
4.39	0.0327	0.185	0.3294	0.026	0.5665	0.013	0.5604	0.043
6.39	0.0214	0.476	0.3255	0.028	0.5893	0.019	0.5688	0.060
10.39	0.0068	1.626	0.3209	0.041	0.6041	0.034	0.5922	0.085

Tabelle 16c Korrekturfaktoren k''_2/e''_2 (Detektor D", Quellentyp Z)

d/cm	$\bar{k}''_s$	d $\bar{k}''_s$ rel.	f'_{c12}/f'_{p1}	d $\frac{f'_{c12}}{f'_{p1}}$	e_{cv}/e''_2	de_{cv}/e''_2 rel.	k''_2/e''_2	d k''_2/e''_2 rel.
1.39	0.1140	0.056	0.3421	0.024	0.5258	0.008	0.4976	0.046
1.89	0.0846	0.084	0.3488	0.024	0.5328	0.009	0.5287	0.045
2.39	0.0673	0.115	0.3527	0.024	0.5302	0.011	0.5454	0.045
3.39	0.0471	0.196	0.3428	0.025	0.5547	0.014	0.5444	0.053
4.39	0.0327	0.185	0.3291	0.026	0.5648	0.012	0.5768	0.042
6.39	0.0214	0.476	0.3130	0.028	0.5771	0.018	0.5703	0.059
10.39	0.0068	1.626	0.3150	0.045	0.6103	0.036	0.5949	0.085

Unter Verwendung der entsprechenden $(p'_2/p'_{2s}-1)$-Werte aus der Tabelle 14

$$C(\Delta E_D) = 0.98\ (1.0 \pm 0.02)$$

Der durch die Diskriminatoreinstellung bedingte Faktor ergibt sich somit zu:

$$\frac{\Delta E_D}{C(\Delta E_D)} = 0.121\ \text{MeV}\ (1.0 \pm 0.02)$$

Vergleicht man wieder die entsprechenden Werte für k_2'/e_2' und k_2''/e_2'' miteinander, so stellt man fest, daß die Korrekturen k_2'/e_2' systematisch größer sind als die Korrekturen k_2''/e_2'', die Abweichungen liegen allerdings im 1σ-Bereich, sie sind durch die systematischen Unterschiede der Verhältnisse e_{cv}/e_2' und e_{cv}/e_2'' bedingt.

Zusammenfassend kann man sagen, daß die Verluste im Gesamtenergiepeak der typischen Gammastrahlung, die durch die Streustrahlung der Vernichtungsstrahlung hervorgerufen werden, 50% bis 60% der durch die Vernichtungsstrahlung direkt hervorgerufenen Verluste betragen.

7.2.2 Die absoluten Wirkungsgrade der Detektoranordnung

Zur Bestimmung der absoluten Wirkungsgrade der Detektoranordnung wurden die "normalen" Spektren für die drei verschiedenen Quellentypen bei verschiedenen Quellenabständen mit den beiden Detektoren D' und D" aufgenommen. Die Registrierung erfolgte wieder mit einem 1024-Kanal-Impulshöhenanalysator, die Verstärkung betrug etwa 2.2 KeV/Kanal bis 2.7 KeV/Kanal. Die Meßzeiten betrugen 10 h für die kleinen Quellenabstände und 20 h für die größeren Quellenabstände. Zur Korrektur des Untergrundes wurde für die beiden Detektoren der Untergrund mit einer Meßdauer von ca. 50 h aufgenommen. Nach rechnerischer Anpassung der Verstärkung und der Meßzeit wurde dieser Untergrund von den aufgenommenen Spektren abgezogen. Die Auswertung der Gesamtenergiepeaks der typischen Gammastrahlung und des Summenkoinzidenzspektrums erfolgte wieder unter Annahme eines linearen Untergrundes und Simpson-Integration der Nettowerte.

In den Tabellen 17a-c und 18a-c sind die nach der Gleichung (7.1.16) berechneten absoluten Wirkungsgrade e_2' und e_2'' der Detektoranordnung für die Vernichtungsstrahlung zusammengestellt.

Tabelle 17a Absolute Wirkungsgrade e'_2 (Detektor D', Quellentyp P)

d/cm	N'_{P1}	d N'_{P1} rel.	N'_{P12}	d N'_{P12} rel.	$1-k'_1$	d $1-k'_1$ rel.	k'_2/e'_2	d k'_2/e'_2 rel.	e'_2	d e'_2 rel.
1.39	3453182	0.001	928331	0.002	0.9423	0.004	0.5154	0.043	0.1440	0.008
1.89	3610727	0.001	712119	0.003	0.9552	0.004	0.5205	0.046	0.1160	0.008
2.39	3599306	0.001	566995	0.002	0.9643	0.004	0.5467	0.045	0.0975	0.007
3.39	3803794	0.001	407896	0.004	0.9749	0.005	0.5541	0.048	0.0718	0.008
4.39	3662034	0.001	280053	0.007	0.9817	0.004	0.5726	0.042	0.0538	0.009
6.39	3947732	0.001	178957	0.014	0.9882	0.006	0.5876	0.053	0.0338	0.016
10.39	2739706	0.001	60641	0.016	0.9960	0.007	0.6052	0.080	0.0172	0.018

Tabelle 17b Absolute Wirkungsgrade e'_2 (Detektor D', Quellentyp F)

d/cm	N'_{P1}	d N'_{P1} rel.	N'_{P12}	d N'_{P12} rel.	$1-k'_1$	d $1-k'_1$ rel.	k'_2/e'_2	d k'_2/e'_2 rel.	e'_2	d e'_2 rel.
1.39	3537208	0.001	857580	0.002	0.9411	0.004	0.5114	0.046	0.1352	0.008
1.89	3710384	0.001	733859	0.002	0.9556	0.004	0.5208	0.045	0.1162	0.007
2.39	3482763	0.001	551289	0.003	0.9650	0.004	0.5642	0.045	0.0975	0.008
3.39	3653907	0.001	382991	0.004	0.9744	0.005	0.5546	0.049	0.0705	0.008
4.39	3537256	0.001	262013	0.008	0.9818	0.003	0.5679	0.043	0.0524	0.010
6.39	3986627	0.001	172750	0.013	0.9879	0.006	0.5787	0.057	0.0324	0.015
10.39	2654183	0.001	57161	0.017	0.9959	0.007	0.6001	0.083	0.0168	0.019

Tabelle 17c Absolute Wirkungsgrade e'_2 (Detektor D', Quellertyp Z)

d/cm	N'_{P1}	d N'_{P1} rel.	N'_{P12}	d N'_{P12} rel.	$1-k'_1$	d $1-k'_1$ rel.	k'_2/e'_2	d k'_2/e'_2 rel.	e'_2	d e'_2 rel.
1.39	3685047	0.001	884739	0.002	0.9429	0.003	0.5095	0.044	0.1342	0.007
1.89	3903369	0.001	777182	0.002	0.9571	0.004	0.5429	0.042	0.1160	0.007
2.39	3504328	0.001	578309	0.003	0.9659	0.004	0.5561	0.042	0.1006	0.007
3.39	3781543	0.001	391599	0.003	0.9750	0.005	0.5596	0.050	0.0697	0.008
4.39	3512790	0.001	249926	0.007	0.9817	0.004	0.5788	0.044	0.0506	0.010
6.39	3891854	0.001	174730	0.015	0.9880	0.006	0.5849	0.056	0.0335	0.017
10.39	2870642	0.001	59153	0.015	0.9959	0.007	0.6056	0.081	0.0161	0.017

Tabelle 18a Absolute Wirkungsgrade e''_2 (Detektor D", Quellentyp P)

d/cm	N''_{P1}	d N''_{P1} rel.	N''_{P12}	d N''_{P12} rel.	$1-k''_1$	d $1-k''_1$ rel.	k''_2/e''_2	d k''_2/e''_2 rel.	e''_2	d e''_2 rel.
1.39	3637896	0.001	841453	0.002	0.9379	0.004	0.4960	0.048	0.1320	0.008
1.89	3748547	0.001	690348	0.002	0.9528	0.004	0.5063	0.050	0.1112	0.008
2.39	3910652	0.001	576910	0.002	0.9629	0.004	0.5339	0.049	0.0932	0.007
3.39	3939954	0.001	387454	0.003	0.9733	0.005	0.5340	0.054	0.0672	0.008
4.39	3754377	0.001	276711	0.008	0.9811	0.004	0.5626	0.044	0.0522	0.010
6.39	4134847	0.001	180774	0.012	0.9867	0.006	0.5344	0.067	0.0328	0.014
10.39	2890488	0.001	61580	0.015	0.9957	0.007	0.5744	0.093	0.0166	0.017

Tabelle 18b Absolute Wirkungsgrade e''_2 (Detektor D", Quellentyp F)

d/cm	N''_{P1}	d N''_{P1} rel.	N''_{P12}	d N''_{P12} rel.	$1-k''_1$	d $1-k''_1$ rel.	k''_2/e''_2	d k''_2/e''_2 rel.	e''_2	d e''_2 rel.
1.39	3705648	0.001	863363	0.002	0.9395	0.004	0.5033	0.048	0.1322	0.008
1.89	3761326	0.001	712355	0.002	0.9547	0.004	0.5148	0.046	0.1130	0.007
2.39	3886504	0.001	583012	0.002	0.9641	0.004	0.5593	0.046	0.0939	0.007
3.39	3997249	0.001	410893	0.009	0.9744	0.005	0.5553	0.049	0.0694	0.012
4.39	3505613	0.001	259564	0.004	0.9815	0.004	0.5604	0.043	0.0524	0.008
6.39	4157133	0.001	179973	0.011	0.9874	0.006	0.5688	0.060	0.0324	0.014
10.39	2623436	0.001	55105	0.016	0.9959	0.007	0.5922	0.085	0.0164	0.018

Tabelle 18c Absolute Wirkungsgrade e''_2 (Detektor D", Quellentyp Z)

d/cm	N''_{P1}	d N''_{P1} rel.	N''_{P12}	d N''_{P12} rel.	$1-k''_1$	d $1-k''_2$ rel.	k''_2/e''_2	d k''_2/e''_2 rel.	e''_2	d e''_2 rel.
1.39	3597039	0.001	805421	0.003	0.9401	0.004	0.4976	0.046	0.1289	0.008
1.89	3750806	0.001	679997	0.002	0.9549	0.004	0.5287	0.045	0.1092	0.007
2.39	3893763	0.001	603296	0.002	0.9643	0.004	0.5454	0.045	0.0964	0.007
3.39	3907241	0.001	384378	0.005	0.9739	0.005	0.5444	0.053	0.0671	0.009
4.39	3471367	0.001	255287	0.007	0.9815	0.004	0.5768	0.042	0.0521	0.009
6.39	4116894	0.001	176881	0.012	0.9877	0.006	0.5703	0.059	0.0322	0.014
10.39	2738032	0.001	55974	0.015	0.9958	0.007	0.5949	0.085	0.0159	0.017

Vergleicht man die entsprechenden absoluten Wirkungsgrade für die beiden Detektoren miteinander, so erkennt man, daß die e_2'-Werte systematisch grösser sind als die e_2''-Werte. Diese systematischen Abweichungen betragen für die punktförmige Quelle ca. 5%, für die flächenförmige Quelle ca. 2% und für die zylindrische Quelle ca. 3%. Diese Abweichungen entsprechen dem Betrag nach annähernd denen, die auch zwischen den Quotienten e_{cv}/e_2' und e_{cv}/e_2'' aufgetreten sind. Ursache für diese systematischen Abweichungen ist, wie schon im Kapitel 6.2 erwähnt wurde, eine asymmetrische Anordnung der Quelle zwischen den beiden Detektoren (cf. Kapitel 9.2).

Die beiden Korrekturglieder k_1 und k_2/e_2 sind durch Näherungen erhalten worden und verursachen somit systematische Fehler bei der Bestimmung der absoluten Wirkungsgrade e_2. Um wieder den Einfluß dieser systematischen Fehler auf den Betrag des berechneten Wirkungsgrades zu zeigen, wurde für die beiden Korrekturglieder ein Fehler von + 10% angenommen. Ein systematischer Fehler von + 10% für k_1 bewirkt bei dem Quellenabstand d = 1.39 cm einen systematischen Fehler von + 0.005% und bei dem Quellenabstand d = 10.39 cm einen systematischen Fehler von weniger als + 0.001% bei der Berechnung der Wirkungsgrade. Ein systematischer Fehler von + 10% für k_2/e_2 bewirkt bei dem Quellenabstand von d = 1.39 cm einen systematischen Fehler von - 0.013% und bei dem Quellenabstand von d = 10.39 cm einen systematischen Fehler von weniger als - 0.001%. Auch in diesen Fällen läßt sich sagen, daß die verwendeten Näherungen (6.1.20) und (7.1.36) hinreichend genau sind.

8 Die experimentelle Bestimmung des absoluten Koinzidenzwirkungsgrades einer Koinzidenzanordnung für die Vernichtungsstrahlung

Der absolute Koinzidenzwirkungsgrad e_{cv} einer Koinzidenzanordnung für die Vernichtungsstrahlung ergibt sich unmittelbar aus dem Quotienten e_{cv}/e_2 und dem absoluten Wirkungsgrad e_2 eines Detektors dieser Anordnung zu:

$$e_{cv} = \frac{e_{cv}}{e_2} e_2 \qquad (8.1.1)$$

Um auch im Weiteren unterscheiden zu können, aus welchen Daten der jeweils betrachtete Koinzidenzwirkungsgrad berechnet worden ist, soll ein aus den Werten e_{cv}/e_2' und e_2' berechneter Wert durch eine nachgestellte (1) und ein aus den Werten e_{cv}/e_2'' und e_2'' berechneter Wert durch eine nachgestellte (2) gekennzeichnet werden.

In den Tabellen 19a-c und 20a-c sind die experimentell ermittelten absoluten Koinzidenzwirkungsgrade $e_{cv}(1)$ und $e_{cv}(2)$ zusammengestellt. Wie man erkennen kann, stimmen die aus den Wertepaaren e_{cv}/e_2' und e_2' bzw. e_{cv}/e_2'' und e_2'' ermittelten Koinzidenzwirkungsgrade gut überein, obwohl sich die Quotienten e_{cv}/e_2 und die absoluten Wirkungsgrade e_2 für die beiden Detektoren jeweils systematisch voneinander unterscheiden. Dieses Ergebnis spricht ebenfalls dafür, daß die auftretenden systematischen Abweichungen auf eine asymmetrische Anordnung der Quelle zwischen den beiden Detektoren zurückzuführen ist.

Tabelle 19a Absolute Koinzidenzwirkungsgrade $e_{cv}(1)$ (Quellentyp P)

d/cm	e_{cv}/e'_2	de_{cv}/e'_2 rel.	e'_2	$d\,e'_2$ rel.	$e_{cv}(1)$	$de_{cv}(1)$ rel.
1.39	0.5059	0.008	0.1440	0.008	0.0728	0.011
1.89	0.5298	0.010	0.1160	0.008	0.0615	0.013
2.39	0.5303	0.011	0.0975	0.007	0.0517	0.013
3.39	0.5328	0.014	0.0718	0.008	0.0383	0.016
4.39	0.5595	0.013	0.0538	0.009	0.0301	0.016
6.39	0.5533	0.019	0.0338	0.016	0.0187	0.025
10.39	0.5931	0.037	0.0172	0.018	0.0102	0.041

Tabelle 19b Absolute Koinzidenzwirkungsgrade $e_{cv}(1)$ (Quellentyp F)

d/cm	e_{cv}/e'_2	de_{cv}/e'_2 rel.	e'_2	$d\,e'_2$ rel.	$e_{cv}(1)$	$de_{cv}(1)$ rel.
1.39	0.5168	0.009	0.1352	0.008	0.0699	0.012
1.89	0.5283	0.009	0.1162	0.007	0.0610	0.011
2.39	0.5208	0.011	0.0975	0.008	0.0508	0.014
3.39	0.5437	0.014	0.0705	0.008	0.0383	0.016
4.39	0.5553	0.015	0.0524	0.010	0.0291	0.017
6.39	0.5647	0.019	0.0324	0.015	0.0183	0.024
10.39	0.5862	0.034	0.0168	0.019	0.0100	0.039

Tabelle 19c Absolute Koinzidenzwirkungsgrade $e_{cv}(1)$ (Quellentyp Z)

d/cm	e_{cv}/e'_2	de_{cv}/e'_2 rel.	e'_2	$d\,e'_2$ rel.	$e_{cv}(1)$	$de_{cv}(1)$ rel.
1.39	0.5012	0.009	0.1342	0.007	0.0673	0.011
1.89	0.5067	0.009	0.1160	0.007	0.0588	0.011
2.39	0.5123	0.011	0.1006	0.007	0.0515	0.013
3.39	0.5309	0.015	0.0697	0.008	0.0370	0.017
4.39	0.5598	0.015	0.0506	0.010	0.0283	0.018
6.39	0.5604	0.019	0.0335	0.017	0.0188	0.026
10.39	0.5983	0.036	0.0161	0.017	0.0096	0.040

Tabelle 20a Absolute Koinzidenzwirkungsgrade $e_{cv}(2)$ (Quellentyp P)

d/cm	e_{cv}/e''_2	de_{cv}/e''_2 rel.	e''_2	$d\,e''_2$ rel.	$e_{cv}(2)$	$de_{cv}(2)$ rel.
1.39	0.5451	0.008	0.1320	0.008	0.0720	0.011
1.89	0.5574	0.010	0.1112	0.008	0.0620	0.013
2.39	0.5506	0.012	0.0932	0.007	0.0513	0.014
3.39	0.5672	0.015	0.0672	0.008	0.0381	0.017
4.39	0.5775	0.014	0.0522	0.010	0.0301	0.017
6.39	0.6199	0.018	0.0328	0.014	0.0203	0.023
10.39	0.6360	0.039	0.0166	0.017	0.0106	0.043

Tabelle 20b Absolute Koinzidenzwirkungsgrade $e_{cv}(2)$ (Quellentyp F)

d/cm	e_{cv}/e''_2	de_{cv}/e''_2 rel.	e''_2	$d\,e''_2$ rel.	$e_{cv}(2)$	$de_{cv}(2)$ rel.
1.39	0.5306	0.009	0.1322	0.008	0.0701	0.012
1.89	0.5360	0.009	0.1130	0.007	0.0606	0.011
2.39	0.5328	0.011	0.0939	0.007	0.0500	0.013
3.39	0.5440	0.013	0.0694	0.012	0.0378	0.018
4.39	0.5665	0.013	0.0524	0.008	0.0297	0.015
6.39	0.5893	0.019	0.0324	0.014	0.0191	0.024
10.39	0.6041	0.034	0.0164	0.018	0.0099	0.038

Tabelle 20c Absolute Koinzidenzwirkungsgrade $e_{cv}(2)$ (Quellentyp Z)

d/cm	e_{cv}/e''_2	de_{cv}/e''_2 rel.	e''_2	$d\,e''_2$ rel.	$e_{cv}(2)$	$de_{cv}(2)$ rel.
1.39	0.5258	0.008	0.1289	0.008	0.0678	0.011
1.89	0.5328	0.009	0.1092	0.007	0.0582	0.011
2.39	0.5302	0.011	0.0964	0.007	0.0511	0.013
3.39	0.5547	0.014	0.0671	0.009	0.0372	0.017
4.39	0.5648	0.012	0.0521	0.009	0.0294	0.015
6.39	0.5771	0.018	0.0322	0.014	0.0186	0.023
10.39	0.6103	0.036	0.0159	0.017	0.0097	0.040

9 Diskussion der experimentell ermittelten Werte

Die experimentell ermittelten Wirkungsgrade sollen in diesem Kapitel mit denjenigen Werten verglichen werden, die man mit Monte-Carlo-Rechnungen für die gleiche Detektoranordnung erhält. Im Folgenden soll zunächst das verwendete Rechenprogramm ECBETA kurz beschrieben werden.

9.1 Kurze Beschreibung des Monte-Carlo-Rechenprogramms ECBETA

Auf das Prinzip der Monte-Carlo-Methode soll in diesem Zusammenhang nicht eingegangen werden; ausführliche Beschreibungen sind in der Literatur 30), 31), 32) und 33) zu finden.

Das Rechenprogramm ECBETA wurde im Wesentlichen aus dem von B i s s e m [7]) beschriebenen Programmen AW und AWOUT entwickelt. Es unterscheidet sich von diesen Programmen jedoch in folgenden Punkten.

1. AW berechnet den Koinzidenzwirkungsgrad für eine 180°-Koinzidenzanordnung, die aus einer zylindrischen Quelle und einem zylindrischen, um die Quelle angeordneten Absorber besteht. ECBETA berechnet den Koinzidenzwirkungsgrad für eine 180°-Koinzidenzanordnung, die aus einer zylindrischen Quelle und bis zu neun zylindrisch um die Quelle angeordneten Absorbern, sowie derjenigen Absorber, die die Detektoren einhüllen, besteht. Es berechnet darüber hinaus auch die absoluten Wirkungsgrade der beiden Detektoren dieser Koinzidenzanordnung.

2. AW berechnet die partiellen Schwächungsfaktoren f_{ack} und somit auch den Gesamtschwächungsfaktor f_{ac}, sowie die Ansprechwahrscheinlichkeit f_{ec} ohne Berücksichtigung der durch die Absorption in der Quelle und dem Absorber hervorgerufenen Anisotropie des Strahlungsflusses (cf. Kapitel 1.4). ECBETA berücksichtigt diese Anisotropien.

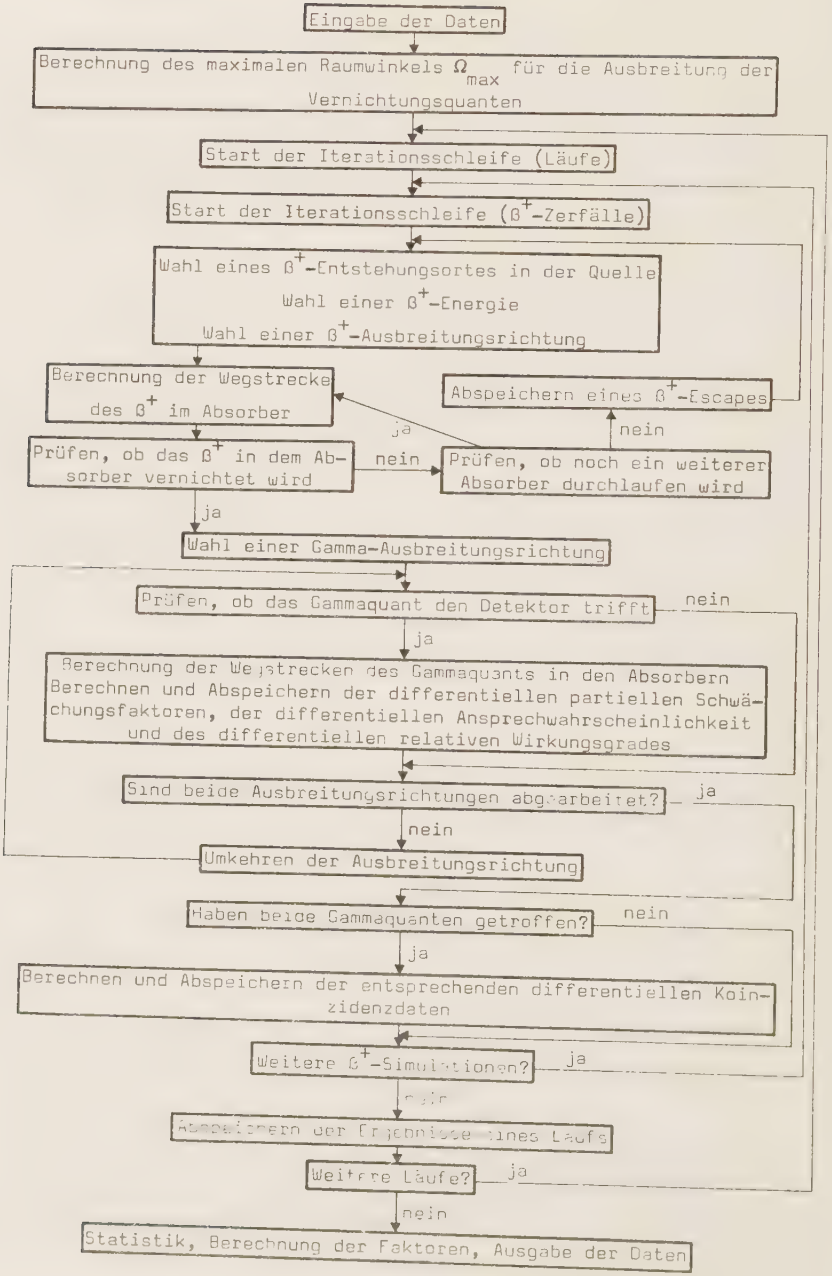
Von dem Rechenprogramm ECBETA werden folgende Größen ausgegeben: Die partiellen Schwächungskoeffizienten f'_{ak}, f''_{ak} und f_{ack}, die Gesamtschwächungskoeffizienten f'_a, f''_a und f_{ac}, die Ansprechwahrscheinlichkeiten f'_e, f''_e und f_{ec}, die relativen Wirkungsgrade ε', ε'' und ε_{cv} und die absoluten Wirkungsgrade e', e'' und e_{cv}, sowie die beiden Quotienten e_{cv}/e' und e_{cv}/e'' und die Geome-

triefaktoren f'_g, f''_g und f_{gc}. Diese Größen werden berechnet für unterschiedliche oder gleiche Detektoren, beliebige Quellenabstände der beiden Detektoren unter Berücksichtigung einer Exzentrizität der Quelle gegenüber dem Anticomptonschild und einer weiteren Exzentrizität des Anticomptonschildes mit der Quelle gegenüber der die beiden Detektoren verbindenden Achse, sowie für unterschiedliche Quellentypen und unterschiedliche β^+-Energien.

Die Abbildung 41 zeigt ein kurzes Flußdiagramm des Rechenprogramms ECBETA. Im Folgenden sollen die wesentlichen Schritte kurz erläutert werden.

Der Zufallsgenerator liefert Zufallszahlen z, die in dem offenen Intervall (0,1) gleichverteilt sind. Diese Zufallszahlen werden dazu verwendet, die statistisch verteilten Ereignisse des β^+-Zerfalls und der β^+-Vernichtung zu simulieren. Es sind das die unter a. bis c. und unter e. beschriebenen Prozesse. Vor Beginn der Iterationsschleifen wird derjenige maximale Raumwinkel Ω_{max} unter Berücksichtigung der Exzentrizitäten und der maximalen β^+-Reichweite bestimmt, in den die Vernichtungsstrahlung emittiert werden muß, damit mindestens eines der beiden Vernichtungsquanten gerade noch einen der beiden Detektoren treffen kann.

a. Aus dem Quellvolumen werden statistisch verteilt β^+-Entstehungsorte ausgewählt.
b. Mittels einer Spektralverteilung, die aus dem erlaubten Cu-64-Spektrum hergeleitet ist, wird eine β^+-Energie zwischen 0 und E_{β^+max} ausgewählt.
c. Dem β^+-Teilchen wird eine Ausbreitungsrichtung zugeordnet; hierbei wird angenommen, daß alle Richtungen in $\Omega = 4\pi$ gleichberechtigt sind.
d. Das Positron wird vernichtet, wenn seine kinetische Energie vollständig an das durchlaufene Absorbermaterial abgegeben worden ist. Hierzu wird die Reichweite des Positrons in der Quelle und gegebenenfalls in den an die Quelle angrenzenden Absorbern berechnet und mit den entsprechenden Wegstrekken verglichen. Die Berechnung der Reichweiten erfolgt nach der von K a t z und P e n f o l d [34] angegebenen modifizierten Reichweiteformel unter Verwendung der Tabellen von N e l m s [35]. Der Ort der β^+-Vernichtung ist gleichzeitig der Entstehungsort κ_0 der Vernichtungsstrahlung.
e. Den Vernichtungsquanten wird eine Ausbreitungsrichtung κ aus dem Raumwinkel Ω_{max} zugeordnet und für jedes Gammaquant getrennt geprüft, ob einer der beiden Detektoren getroffen wird.


Eingabe der Daten
Berechnung des maximalen Raumwinkels Ω_{max} für die Ausbreitung der Vernichtungsquanten
Start der Iterationsschleife (Läufe)
Start der Iterationsschleife (β^+-Zerfälle)
Wahl eines β^+-Entstehungsortes in der Quelle
Wahl einer β^+-Energie
Wahl einer β^+-Ausbreitungsrichtung
Berechnung der Wegstrecke des β^+ im Absorber
Abspeichern eines β^+-Escapes
ja
nein
Prüfen, ob das β^+ in dem Absorber vernichtet wird
nein
Prüfen, ob noch ein weiterer Absorber durchlaufen wird
ja
Wahl einer Gamma-Ausbreitungsrichtung
Prüfen, ob das Gammaquant den Detektor trifft
nein
ja
Berechnung der Wegstrecken des Gammaquants in den Absorbern
Berechnen und Abspeichern der differentiellen partiellen Schwächungsfaktoren, der differentiellen Ansprechwahrscheinlichkeit und des differentiellen relativen Wirkungsgrades
Sind beide Ausbreitungsrichtungen abgearbeitet?
ja
nein
Umkehren der Ausbreitungsrichtung
Haben beide Gammaquanten getroffen?
nein
ja
Berechnen und Abspeichern der entsprechenden differentiellen Koinzidenzdaten
Weitere β^+-Simulationen?
ja
nein
Abspeichern der Ergebnisse eines Laufs
Weitere Läufe?
ja
nein
Statistik, Berechnung der Faktoren, Ausgabe der Daten

f. Liegt ein Treffer vor, so werden die Wegstrecken $S_k(\kappa_0, \mu)$ in den einzelnen Absorbern k, sowie die Wegstrecke $S_D(\kappa_0, \mu)$ in dem Detektor bestimmt. Mit den ermittelten Wegstrecken werden dann nach Gleichung (1.4.10), Gleichung (1.4.13) und Gleichung (1.5.3) die infinitissimalen partiellen Schwächungsfaktoren $f_{ak}(\kappa_0, \mu)$, sowie der infinitissimale relative Wirkungsgrad $e_r(\kappa_0, \mu)$ bestimmt.

g. Treffen beide Vernichtungsquanten die beiden Detektoren, so werden zusätzlich nach Gleichung (2.2.29) die differentiellen partiellen Koinzidenzschwächungsfaktoren $f_{ack}(\kappa_0, \mu)$, die infinitissimale Koinzidenzansprechwahrscheinlichkeit $f_{ec}(\kappa_0, \mu)$ und der differentielle relative Koinzidenzwirkungsgrad $e_{rc}(\kappa_0, \mu)$ bestimmt.

h. Die berechneten Größen sowie die Anzahl der Treffer werden für die beiden Detektoren und die Koinzidenzen getrennt summiert und die Iterationsschleife erneut begonnen.

Das Rechenprogramm ist so ausgelegt, daß man eine bestimmte Anzahl von Läufen mit einer bestimmten Anzahl von β^+-Zerfällen simulieren kann. Für jeden Lauf werden die Summen der Treffer und die Summen der differentiellen Grössen getrennt abgespeichert. Sind alls Läufe abgearbeitet, so werden die Mittelwerte dieser Größen über alle Läufe berechnet und die statistischen Fehler dieser Mittelwerte bestimmt. Mit Hilfe dieser Mittelwerte werden dann die Geometriefaktoren, die Gesamtschwächungsfaktoren, die partiellen Schwächungsfaktoren und die Wirkungsgrade bestimmt.

Mit dem Rechenprogramm ECBETA wurden unter Verwendung folgender Eingabedaten die Quotienten e_{cv}/e_2 und die Wirkungsgrade e_{cv} und e_2 für die bei den Experimenten verwendeten Quellentypen (Abbildung 17) und die bei den Experimenten eingestellten Abstände für die in dem Kapitel 4.2.1 beschriebene Koinzidenzanordnung berechnet. Die hierzu benötigten Gesamtwechselwirkungsquerschnitte μ wurden durch Interpolation aus den Tabellen von G r o d s t e i n [17] für E_γ = 0.511 MeV bestimmt:

$\mu_{NaJ} = 0.325\ cm^{-1}$, $\mu_{Plexiglas} = 0.093\ cm^{-1}$,
$\mu_{Cu} = 0.741\ cm^{-1}$, $\mu_{Pb} = 1.683\ cm^{-1}$,
$\mu_{Al} = 0.226\ cm^{-1}$, $\mu_{Al_2O_3} = 0.297\ cm^{-1}$.

◀—— Abbildung 41 Flußdiagramm des Monte-Carlo-Programms ECBETA

Es wurden jeweils 10 Läufe zu 50000 β^+-Zerfällen simuliert, die benötigte Rechenzeit beträgt auf dem Rechner CDC CYBER 175 sieben bis acht Minuten.

Der statistische Fehler für die absoluten Wirkungsgrade e_2 beträgt ca. 0.4%, für den absoluten Koinzidenzwirkungsgrad e_{cv} ca. 0.5% und für den Quotienten e_{cv}/e_2 ca. 0.6%. Durch die Fehler der verwendeten Gesamtwechselwirkungsquerschnitte - G r o d s t e i n gibt einen Fehler von ungefähr 5% an - kann ein systematischer Fehler von ca. 3% für die berechneten Werte auftreten.

Um auch diejenigen Effekte abschätzen zu können, die durch eine ungenaue Justierung der Quelle zwischen den beiden Detektoren bedingt werden, es sind dies eine mögliche Asymmetrie der Quelle zwischen den beiden Detektoren und eine mögliche Exzentrizität der Quelle bezüglich der die beiden Detektoren verbindenden Achse, wurden auch diese Fälle für den Quellenabstand d = 2.39 cm durchgerechnet.

9.2 Vergleich der experimentell ermittelten Werte mit den berechneten Werten

In der Tabelle 21a-c sind die experimentell ermittelten Werte für die Quotienten e_{cv}/e_2' und e_{cv}/e_2'' und die mit dem Programm ECBETA berechneten Werte $(e_{cv}/e_2)_C$ zusammengestellt. In den Tabellen 22a-c und 23a-c sind die absoluten Wirkungsgrade e_2' und e_2'' mit den berechneten Werten $(e_2)_C$ und die absoluten Koinzidenzwirkungsgrade $e_{cv}(1)$ und $e_{cv}(2)$ mit den berechneten Werten $(e_{cv})_C$ zusammengestellt. Die in diesen Tabellen zusammengefaßten Werte sind in den Abbildungen 42, 43, 44 und 45 graphisch dargestellt. Die für die punktförmige Quelle ermittelten Werte werden hierbei durch Kreise, die für die flächenförmige Quelle durch Dreiecke und die für die zylindrische Quelle durch Quadrate gekennzeichnet. Die offenen Symbole bezeichnen diejenigen Werte für den Detektor D' bzw. die durch Messungen mit diesem Detektor ermittelten Werte, die geschlossenen Symbole kennzeichnen entsprechend die Größen für den Detektor D".

In den vier Diagrammen kann man die bereits in den Kapiteln 6.2 und 7.2.2 beschriebenen systematischen Abweichungen der für die beiden Detektoren ermittelten Werte noch einmal gut erkennen. Desgleichen kann man feststellen, daß trotz dieser systematischen Abweichungen der für die Detektoren D' und

Tabelle 21a Vergleich der Quotienten e_{cv}/e_2', e_{cv}/e_2'' und $(e_{cv}/e_2)_C$(Typ P)

d/cm	e_{cv}/e_2'	de_{cv}/e_2' rel.	e_{cv}/e_2''	de_{cv}/e_2'' rel.	$(\frac{e_{cv}}{e_2})_C$	$(\frac{e_{cv}}{e_2})_{\bar{C}}$
1.39	0.5059	0.008	0.5451	0.008	0.5637	0.5274
1.89	0.5298	0.010	0.5574	0.010	0.5640	0.5287
2.39	0.5303	0.011	0.5506	0.012	0.5678	0.5329
3.39	0.5328	0.014	0.5672	0.015	0.5788	0.5443
4.39	0.5595	0.013	0.5775	0.014	0.5911	0.5564
6.39	0.5533	0.019	0.6199	0.018	0.6140	0.5785
10.39	0.5931	0.037	0.6360	0.039	0.6470	0.6099

Tabelle 21b Vergleich der Quotienten e_{cv}/e_2', e_{cv}/e_2'' und $(e_{cv}/e_2)_C$(Typ F)

d/cm	e_{cv}/e_2'	de_{cv}/e_2' rel.	e_{cv}/e_2''	de_{cv}/e_2'' rel.	$(\frac{e_{cv}}{e_2})_C$	$(\frac{e_{cv}}{e_2})_{\bar{C}}$
1.39	0.5168	0.009	0.5306	0.009	0.5552	0.5203
1.89	0.5253	0.009	0.5360	0.009	0.5562	0.5219
2.39	0.5208	0.011	0.5328	0.011	0.5592	0.5253
3.39	0.5437	0.014	0.5440	0.013	0.5671	0.5336
4.39	0.5553	0.015	0.5665	0.013	0.5760	0.5425
6.39	0.5647	0.019	0.5893	0.019	0.5927	0.5589
10.39	0.5962	0.034	0.6041	0.034	0.6161	0.5814

Tabelle 21c Vergleich der Quotienten e_{cv}/e_2', e_{cv}/e_2'' und $(e_{cv}/e_2)_C$(Typ Z)

d/cm	e_{cv}/e_2'	de_{cv}/e_2' rel.	e_{cv}/e_2''	de_{cv}/e_2'' rel.	$(\frac{e_{cv}}{e_2})_C$	$(\frac{e_{cv}}{e_2})_{\bar{C}}$
1.39	0.5012	0.009	0.5258	0.008	0.5427	0.5080
1.89	0.5067	0.009	0.5328	0.009	0.5472	0.5129
2.39	0.5123	0.011	0.5302	0.011	0.5522	0.5183
3.39	0.5309	0.015	0.5547	0.014	0.5626	0.5291
4.39	0.5598	0.015	0.5648	0.012	0.5727	0.5392
6.39	0.5604	0.019	0.5771	0.018	0.5906	0.5567
10.39	0.5983	0.036	0.6103	0.036	0.6149	0.5802

Tabelle 22a Vergleich der abs. Wirkungsgrade e_2', e_2'' und $(e_2)_C$ (Typ P)

s/cm	e_2'	d e_2' rel.	e_2''	d e_2'' rel.	$(e_2)_C$	$(e_2)_{\overline{C}}$
1.5	0.1440	0.008	0.1320	0.008	0.1491	0.1376
2.0	0.1160	0.008	0.1112	0.008	0.1259	0.1168
3.0	[illegible]	0.007	0.0932	0.007	0.1059	0.0986
4.0	[illegible]	0.008	0.0672	0.008	0.0766	0.0717
6.0	[illegible]	0.009	0.0522	0.010	0.0573	0.0538
8.0	[illegible]	0.016	0.0328	0.014	0.0351	0.0330
10.0	[illegible]	0.018	0.0166	0.017	0.0168	0.0158

Tabelle 22b Vergleich der abs. Wirkungsgrade e_2', e_2'' und $(e_2)_C$ (Typ F)

s/cm	e_2'	d e_2' rel.	e_2''	d e_2'' rel.	$(e_2)_C$	$(e_2)_{\overline{C}}$
1.5	0.1352	0.008	0.1322	0.008	0.1457	0.1346
2.0	0.1162	0.007	0.1130	0.007	0.1239	0.1150
3.0	0.0975	0.008	0.0939	0.007	0.1048	0.0977
4.0	0.0705	0.008	0.0694	0.012	0.0761	0.0713
6.0	0.0524	0.010	0.0524	0.008	0.0570	0.0536
8.0	0.0324	0.015	0.0324	0.014	0.0349	0.0329
10.0	0.0168	0.019	0.0164	0.018	0.0167	0.0158

Tabelle 22c Vergleich der abs. Wirkungsgrade e_2', e_2'' und $(e_2)_C$ (Typ Z)

s/cm	e_2'	d e_2' rel.	e_2''	d e_2'' rel.	$(e_2)_C$	$(e_2)_{\overline{C}}$
1.5	0.1342	0.007	0.1289	0.008	0.1456	0.1344
2.0	0.1160	0.007	0.1092	0.007	0.1238	0.1149
3.0	0.1006	0.007	0.0964	0.007	0.1049	0.0977
4.0	0.0697	0.008	0.0671	0.009	0.0763	0.0715
6.0	[illegible]	[illegible]	0.0521	0.009	0.0572	0.0537
8.0	[illegible]	[illegible]	0.0322	0.014	0.0350	0.0330
10.0	0.0161	[illegible]	0.0159	0.017	0.0168	0.0158

Tabelle 23a Vergleich der abs. Koinzidenzwirkungsgrade e_{cv} und $(e_{cv})_C$(Typ P)

d/cm	$e_{cv}(1)$	$de_{cv}(1)$ rel.	$e_{cv}(2)$	$de_{cv}(2)$ rel.	$(e_{cv})_C$	$(e_{cv})_{\bar{C}}$
1.39	0.0723	0.011	0.0720	0.011	0.0840	0.0726
1.89	0.0615	0.013	0.0620	0.013	0.0710	0.0618
2.39	0.0517	0.013	0.0513	0.014	0.0601	0.0526
3.39	0.0383	0.016	0.0381	0.017	0.0443	0.0390
4.39	0.0301	0.016	0.0301	0.017	0.0339	0.0299
6.39	0.0187	0.025	0.0203	0.023	0.0215	0.0191
10.39	0.0102	0.041	0.0106	0.043	0.0109	0.0096

Tabelle 23b Vergleich der abs. Koinzidenzwirkungsgrade e_{cv} und $(e_{cv})_C$(Typ F)

d/cm	$e_{cv}(1)$	$de_{cv}(1)$ rel.	$e_{cv}(2)$	$de_{cv}(2)$ rel.	$(e_{cv})_C$	$(e_{cv})_{\bar{C}}$
1.39	0.0699	0.012	0.0701	0.012	0.0809	0.0700
1.89	0.0610	0.011	0.0606	0.011	0.0689	0.0600
2.39	0.0508	0.014	0.0500	0.013	0.0586	0.0513
3.39	0.0383	0.016	0.0378	0.018	0.0432	0.0380
4.39	0.0291	0.017	0.0297	0.015	0.0329	0.0291
6.39	0.0183	0.024	0.0191	0.024	0.0207	0.0184
10.39	0.0100	0.039	0.0099	0.038	0.0103	0.0092

Tabelle 23c Vergleich der abs. Koinzidenzwirkungsgrade e_{cv} und $(e_{cv})_C$(Typ Z)

d/cm	$e_{cv}(1)$	$de_{cv}(1)$ rel.	$e_{cv}(2)$	$de_{cv}(2)$ rel.	$(e_{cv})_C$	$(e_{cv})_{\bar{C}}$
1.39	0.0673	0.011	0.0678	0.011	0.0790	0.0683
1.89	0.0588	0.011	0.0582	0.011	0.0678	0.0590
2.39	0.0515	0.013	0.0511	0.013	0.0579	0.0507
3.39	0.0370	0.017	0.0372	0.017	0.0429	0.0378
4.39	0.0283	0.018	0.0294	0.015	0.0327	0.0290
6.39	0.0188	0.026	0.0186	0.023	0.0207	0.0184
10.39	0.0096	0.040	0.0097	0.040	0.0103	0.0092

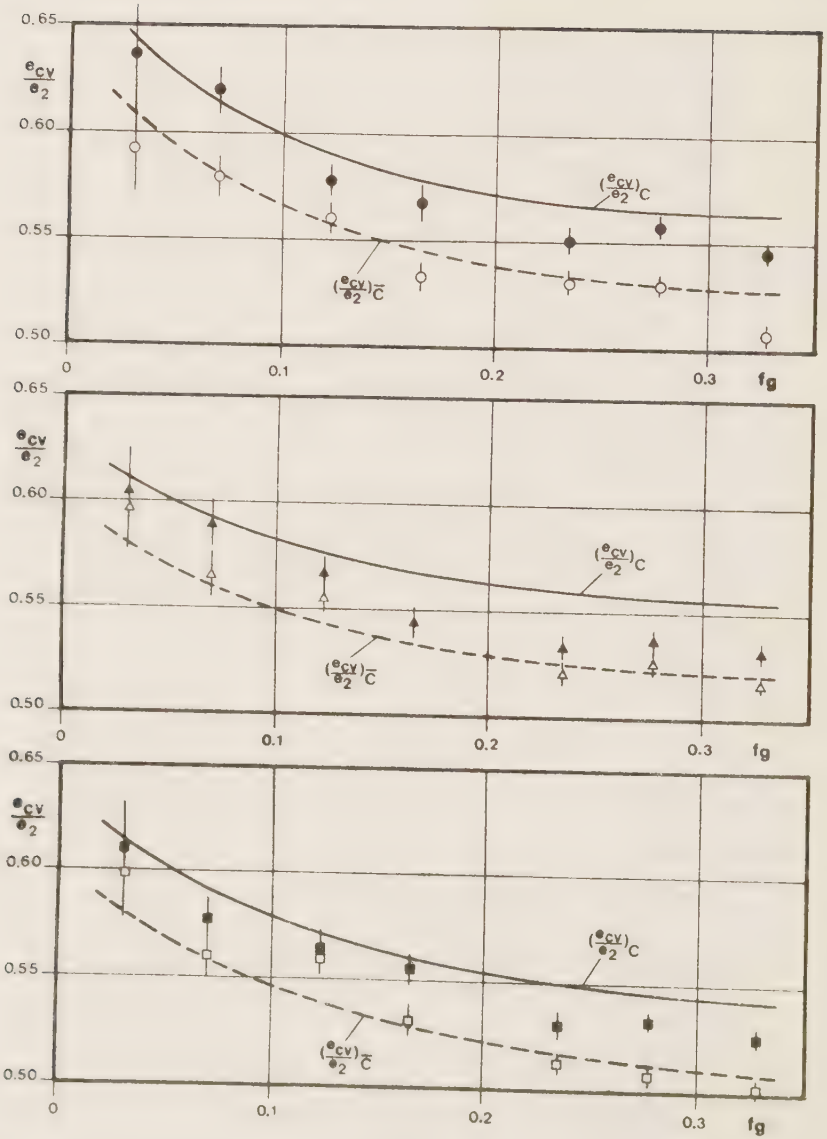


Abbildung 42 Vergleich der Quotienten e_{cv}/e_2', e_{cv}/e_2'', $(e_{cv}/e_2)_C$ und $(e_{cv}/e_2)_{\overline{C}}$
(e_{cv}/e_2': ○ Quellentyp P, △ Quellentyp F, □ Quellentyp Z,
e_{cv}/e_2'': ● Quellentyp P, ▲ Quellentyp F, ■ Quellentyp Z)

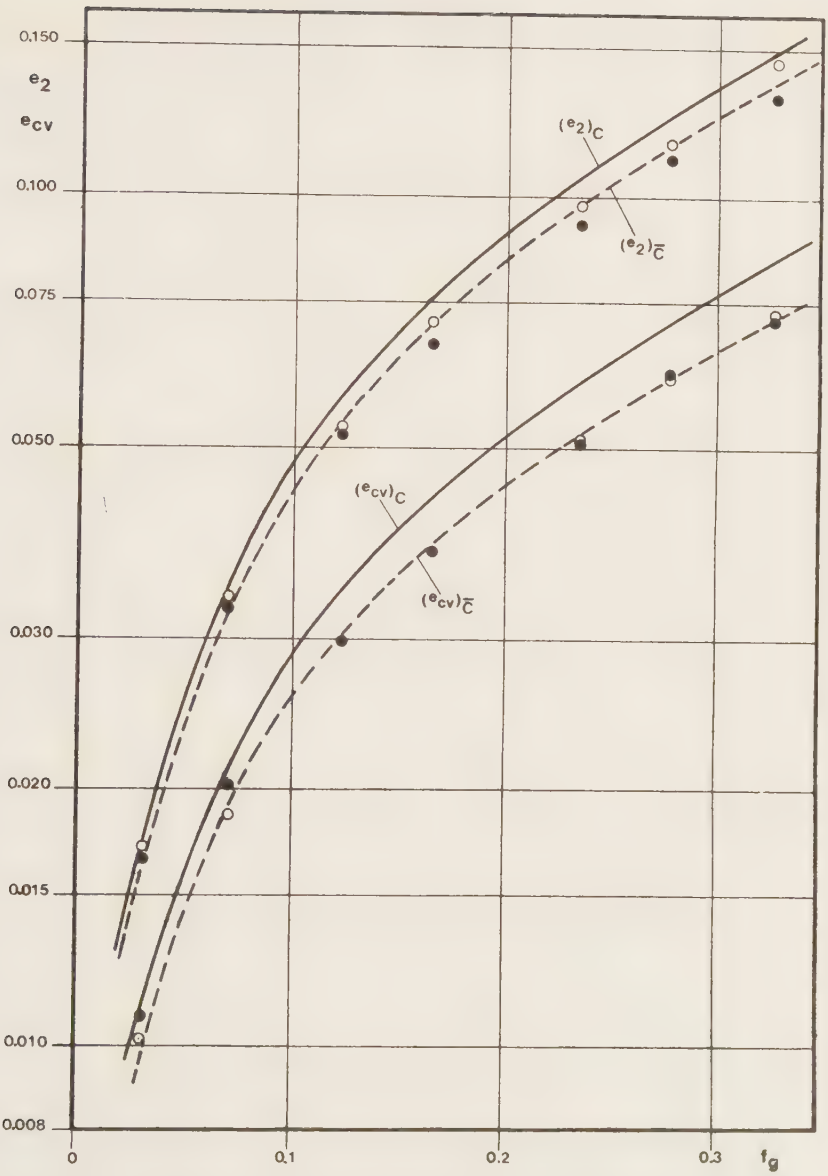


Abbildung 43 Vergleich der abs. Wirkungsgrade ϵ_2', ϵ_2'', $(e_2)_C$ und $(e_2)_{\bar{C}}$, sowie der abs. Koinzidenzwirkungsgrade $e_{cv}(1)$, $e_{cv}(2)$, $(e_{cv})_C$ und $(e_{cv})_{\bar{C}}$ (Quellentyp P, ○ ϵ_2' bzw. $e_{cv}(1)$, ● ϵ_2'' bzw. $e_{cv}(2)$, ——$(e_{cv})_C$, ----$(e_{cv})_{\bar{C}}$)

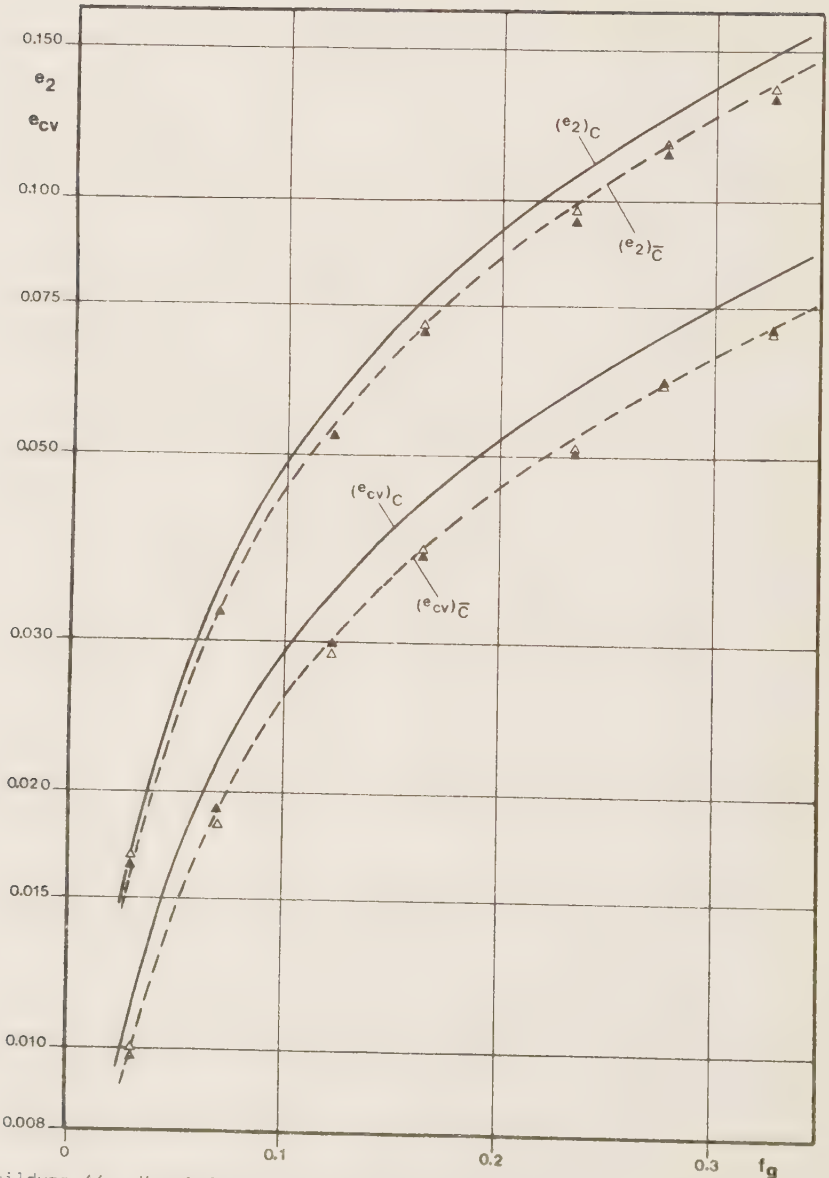


Abbildung 44 Vergleich der abs. Wirkungsgrade e_2', e_2'', $(e_2)_C$ und $(e_2)_{\bar{C}}$, sowie der abs. Koinzidenzwirkungsgrade $e_{cv}(1)$, $e_{cv}(2)$, $(e_{cv})_C$ und $(e_{cv})_{\bar{C}}$ (Quellentyp F, △ e_2' bzw. $e_{cv}(1)$, ▲ e_2'' bzw. $e_{cv}(2)$, ——$(e_{cv})_C$, ----$(e_{cv})_{\bar{C}}$)

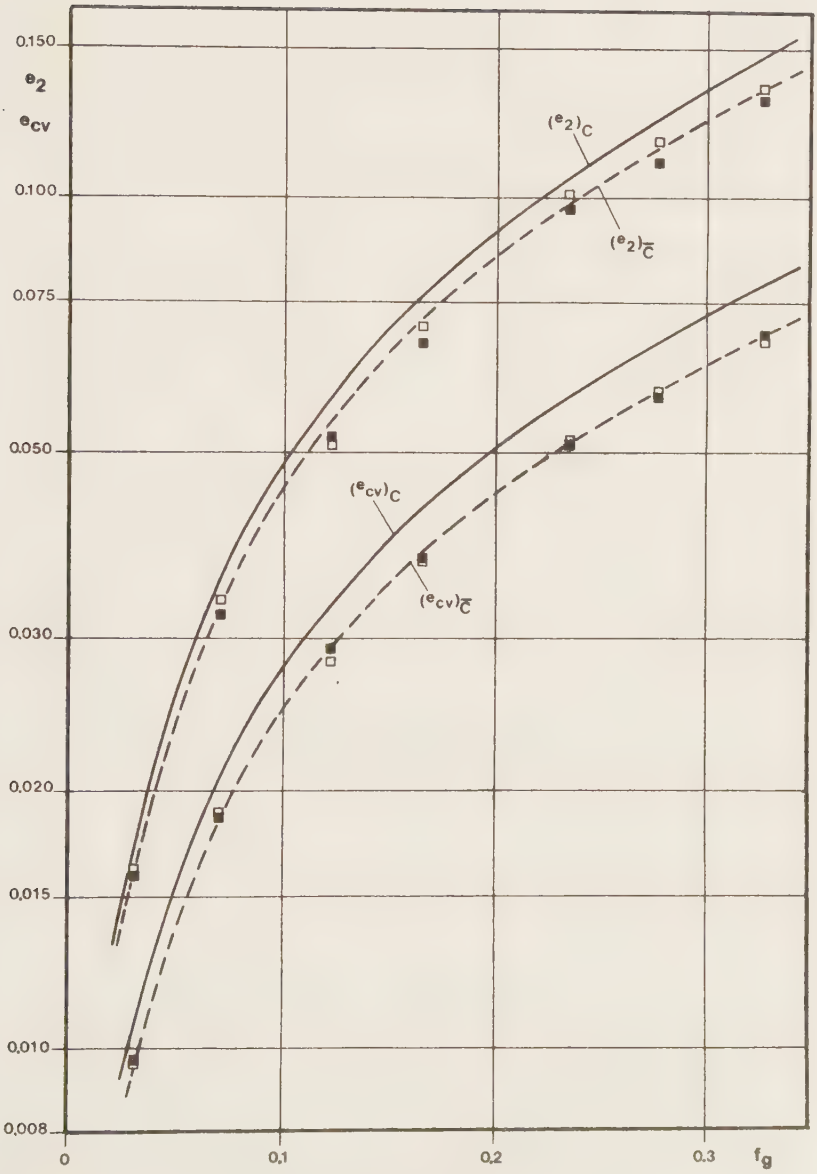


Abbildung 45 Vergleich der abs. Wirkungsgrade e_2', e_2'', $(e_2)_C$ und $(e_2)_{\bar{C}}$, sowie der abs. Koinzidenzwirkungsgrade $e_{cv}(1)$, $e_{cv}(2)$, $(e_{cv})_C$ und $(e_{cv})_{\bar{C}}$ (Quellentyp Z, □ e_2' bzw. $e_{cv}(1)$, ■ e_2'' bzw. $e_{cv}(2)$, ——$(e_{cv})_C$, ----$(e_{cv})_{\bar{C}}$)

D" ermittelten Werte voneinander keine Entsprechung bei den absoluten Koinzidenzwirkungsgraden $e_{cv}(1)$ und $e_{cv}(2)$ zu bemerken ist. Die Ursache dafür kann, wie schon oben mehrfach erwähnt wurde, eine asymmetrische Anordnung der Quelle zwischen den beiden Detektoren sein. Zum anderen können diese Abweichungen auch durch nicht identische Detektoren hervorgerufen werden.

Mit dem Programm ECBETA ist der Einfluß der Asymmetrie einer punktförmigen Quelle auf die Wirkungsgrade für einen konstanten Abstand des Detektors D" von $d" = 2.39$ cm berechnet worden, der Quellenabstand d' des Detektors D' wurde zwischen 1.64 cm und 3.14 cm variiert. In der Abbildung 46 sind die Ergebnisse dieser Rechnung für e_{cv}/e_2' und $e_{cv}/e_2"$, sowie für e_2', $e_2"$ und e_{cv} graphisch dargestellt.

Die größten systematischen Abweichungen zwischen den experimentell bestimmten Werten e_{cv}/e_2' und $e_{cv}/e_2"$, sowie zwischen e_2' und $e_2"$ sind bei der punktförmigen Quelle gegeben. Der Betrag dieser Abweichung beträgt ca. 5%. Nimmt man an, daß die beiden Detektoren identisch sind, so kann für eine systematische Abweichung von 5% die Unsicherheit bei der Bestimmung der Lage der Quelle zwischen den beiden Detektoren aus den Diagrammen bestimmt werden. Die Unsicherheit beträgt dann ca. $\pm$ 1.5 mm; ein Wert der durchaus realistisch ist. Er setzt sich zusammen aus der Unsicherheit der Bestimmung des relativen Nullwertes ($d_v = 0$) und der Unsicherheit bei der Zentrierung der Quelle in der Probenkapsel (cf. Kapitel 4.2.2 und Kapitel 4.3.1). Die Unterschiede des Betrags der systematischen Abweichung bei den verschiedenen Quellentypen deutet darauf hin, daß die Unsicherheit bei der Zentrierung der Quelle in der Probenkapsel einen nicht unwesentlichen Beitrag zur Asymmetrie beisteuert.

Eine Unsicherheit von $\pm$ 1.5 mm bei der Bestimmung der Lage der Quelle zwischen den beiden Detektoren hat maximal einen systematischen Fehler von 2% für den experimentell bestimmten absoluten Koinzidenzwirkungsgrad e_{cv} bezüglich der berechneten Werte $(e_{cv})_C$ zur Folge; ein systematischer Fehler, der in der Größenordnung der statistischen Fehler der experimentell bestimmten Koinzidenzwirkungsgrade liegt.

Vergleicht man nun die experimentell bestimmten Werte für e_{cv}/e_2', e_2' und e_{cv} mit den für [illegible] berechneten Werten $(e_{cv}/e_2')_C$, $(e_2')_C$

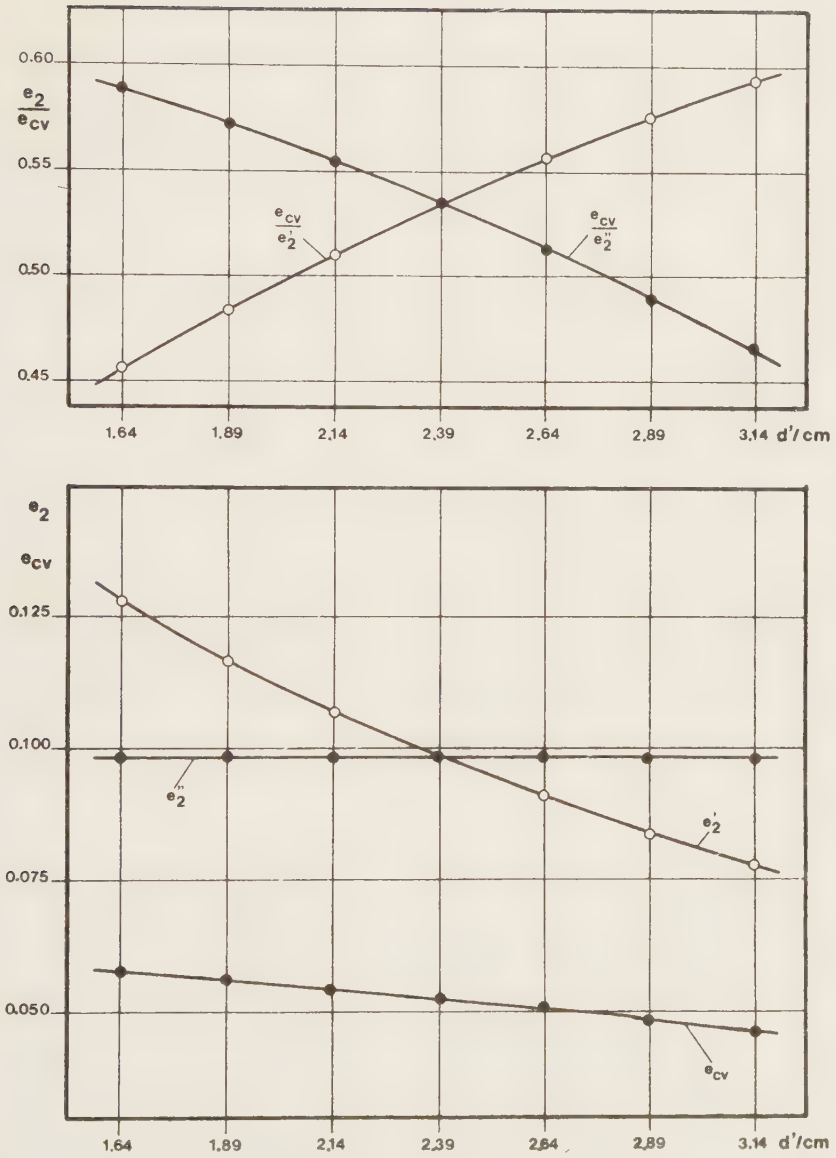
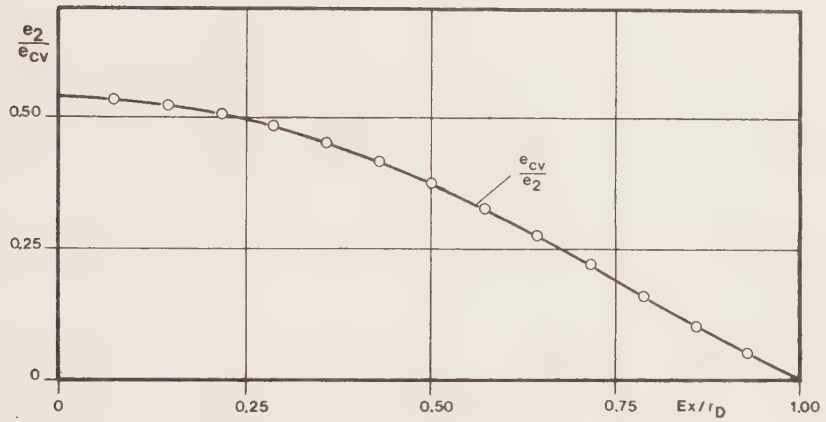


Abbildung 46 Einfluß der Asymmetrie auf die abs. Wirkungsgrade e_2 und e_{cv}
(Quellentyp P, Abstand des Detektors D": d" = 2.39 cm,
Abstand des Detektors D': 1.64 cm ≤ d' ≤ 3.14 cm)

und $(e_{cv})_c$, die in den Diagrammen durch ausgezogene Kurven dargestellt sind, so stellt man fest, daß die experimentell bestimmten Werte generell kleiner sind. Die Abweichungen der Mittelwerte der experimentell bestimmten absoluten Wirkungsgrade gegenüber den berechneten Werten betragen unabhängig vom Quellentyp im Mittel -5%, die der absoluten Koinzidenzwirkungsgrade ca. -12%.

Für diese Abweichungen lassen sich zwei Erklärungen angeben. Sind die bei den Berechnungen angenommenen Quellenabstände für die beiden Detektoren um ca. 3 mm zu klein gewählt, so führt das in etwa zu den festgestellten Abweichungen. Wie schon im Kapitel 4.2.2 ausgeführt wurde, setzt sich der Quellenabstand d aus drei einzeln zu bestimmenden Teilabständen zusammen, nämlich dem Abstand d_p, der durch die Bauform des Probenhalters gegeben ist und der sich sehr genau bestimmen läßt, dem variablen Abstand d_v, der sich, wenngleich nicht sehr genau, so doch genauer als auf 3 mm bestimmen läßt und dem Abstand d_k des Kristalls von der äußeren Oberfläche der Umhüllung des Detektors. Der letztgenannte Abstand wurde experimentell bestimmt und stimmt mit dem vom Hersteller der Detektoren angegebenen Wert recht gut überein. Berücksichtigt man weiterhin, daß die Werte für den Quotienten e_{cv}/e_2 ebenfalls erheblich kleiner als die berechneten Werte sind, diese Quotienten jedoch nicht so stark von dem Geometriefaktor f_g abhängen wie die absoluten Wirkungsgrade (siehe Abbildung 42), so erscheint es unwahrscheinlich, daß die festgestellten Abweichungen in erster Linie auf diesen Effekt zurückzuführen sind.

Die systematischen Abweichungen der experimentell bestimmten Werte von den berechneten Werten ließen sich auch durch die Annahme weiterer absorbierender Materialien zwischen der Quelle und dem Detektor erklären. Wie bei H e a t h [2] beschrieben wird, befinden sich zwischen der äußeren Umhüllung des Detektors und dem Kristall mehrere Schichten unterschiedlicher Materialien, u.a. Neopren-Kautschuk, Polyäthylen und Aluminiumoxid. Für einen Harshaw-Detektor wird eine Aluminiumoxidschicht von 1.6 mm Stärke angegeben. Da vom Hersteller der verwendeten Detektoren keine Informationen über den "inneren Aufbau"der Detektoren zu erhalten war, wurde mit dem Rechenprogramm ECBETA für unterschiedliche Aluminiumoxidschichten bei ansonsten unveränderter Detektoranordnung gerechnet. Für eine 2 mm Aluminiumoxidschicht ergibt sich eine gute Übereinstimmung zwischen den experimentellen und den berechneten Werten. Diese von dem Programm berechneten Werte sind in den Tabellen



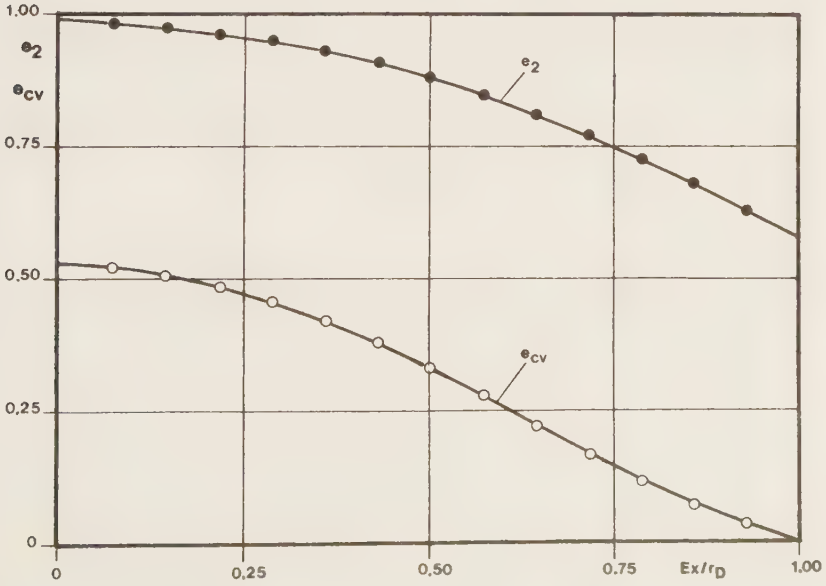


Abbildung 47 Einfluß der Exzentrizität auf die abs. Wirkungsgrade e_2 und e_{cv}
(Quellentyp P, Quellenabstand der Detektoren d = 2.39 cm)

mit den Symbolen $(e_{cv}/e_2)_{\bar{C}}$, $(e_2)_{\bar{C}}$ und $(e_{cv})_{\bar{C}}$ gekennzeichnet; in den Diagrammen sind sie durch gestrichelte Kurven dargestellt. Dieses Ergebnis besagt, daß unter Annahme zusätzlicher Absorber mit einem Flächengewicht von insgesamt 0.7 g/cm^2 (2 mm Al_2O_3 $\hat{=}$ 0.7 g/cm^2) eine gute Übereinstimmung zwischen den experimentellen und den berechneten Werten besteht. Genau genommen müssen die festgestellten Abweichungen nicht ausschließlich durch zusätzliche Absorber hervorgerufen werden, vielmehr kann ein Teil dieser systematischen Abweichungen durch den instrumentellen Gütefaktor f_i (cf. Kapitel 3.1) erklärt werden. Ohne die genaue Kenntnis des "inneren Aufbaus" der Detektoren läßt sich jedoch nicht abwägen, wie stark diese beiden Effekte an den Zustandekommen der Abweichungen beteiligt sind. Weiterhin soll noch einmal darauf hingewiesen werden, daß auch die berechneten Werte einen systematischen Fehler bis zu 3% aufgrund der Fehler der verwendeten Gesamtwechselwirkungsquerschnitte haben können (cf. Kapitel 9.1).

Eine durch die Exzentrizität der Quelle hervorgerufene Verminderung des Koinzidenzwirkungsgrades e_{cv} ist nicht festzustellen. Allerdings macht sich die Exzentrizität Ex einer Quelle bezüglich der die beiden Detektoren verbindenden Achse nicht allzu stark bemerkbar, solange Ex klein gegenüber dem Radius r_D der Detektoren ist. Die Abbildung 47 zeigt die Abhängigkeit der Größen e_{cv}/e_2, e_2 und e_{cv} von dem Quotienten Ex/r_D aus der Exzentrizität der Quelle und dem Radius des Detektors für eine punktförmige Quelle im Abstand d = 2.39 cm von den beiden Detektoren.

10 Zusammenfassung

Es wird ein Verfahren zur Bestimmung des absoluten Koinzidenzwirkungsgrades und der absoluten Wirkungsgrade der Detektoren eines 180°-Koinzidenzspektrometers für die Positronen-Vernichtungsstrahlung beschrieben. Zur Bestimmung der Wirkungsgrade des Spektrometers wird ein Na-22-Präparat benutzt, dessen Aktivität nicht genau bekannt sein muß. Der Vorteil dieses Verfahrens gegenüber dem in der Literatur beschriebenen Verfahren mit einem Cu-64-Präparat bekannter Aktivität besteht darin, daß man einerseits nicht die Aktivität der Quelle bestimmen muß und andererseits mit einem langlebigen Nuklid arbeiten kann, sodaß auf eine Korrektur bezüglich der sich während einer Meßreihe ändernden Aktivität der Quelle verzichtet werden kann. Darüber hinaus steht Na-22 den meisten radiochemischen Laboratorien zur Verfügung, während das Cu-64 zu jeder Meßreihe neu in einem Reaktor hergestellt werden muß.

Zur Entwicklung dieses Verfahrens wurden die Koinzidenzwirkungsgrade eines Koinzidenzspektrometers für unterschiedliche Gammastrahlungen theoretisch abgeleitet. Es wird gezeigt, daß die im allgemeinen verwendete Formel für den Koinzidenzwirkungsgrad eines Koinzidenzspektrometers für nicht richtungskorrelierte Gammastrahlungen

$$e_c = e_1' \, e_2''$$

nur für große Quellenabstände und Quellen, deren Radius klein gegenüber dem Radius der verwendeten Detektoren ist, eine hinreichend gute Näherung darstellt (cf. Kapitel 2.2.1). Die auftretenden Abweichungen für kleine Quellenabstände und große Quellenradien werden diskutiert (cf Kapitel 2.4).

Ausgehend von diesen Überlegungen wurden zwei Monte-Carlo-Programme ECGAMA und ECBETA geschrieben, die die Berechnung der Wirkungsgrade eines Koinzidenzspektrometers für nicht richtungskorrelierte Gammastrahlungen und für die Positronen-Vernichtungsstrahlung erlauben.

Es wird ein Koinzidenzexperiment zur Bestimmung des Peak/Total-Verhältnisses eines Detektors für die Vernichtungsstrahlung beschrieben. Für einen 3"x3" NaJ(Tl)-Detektor wurde das Peak/Total-Verhältnis zu

$$p_2 = 0.678\ (1.0 \pm 0.005)$$

bestimmt. Dieser Wert stimmt gut mit den in der Literatur angegeben Werten überein (cf. Kapitel 5).

Die zur Bestimmung des absoluten Koinzidenzwirkungsgrades und der absoluten Wirkungsgrade nötigen Experimente werden beschrieben und der Einfluß der Streustrahlungen, der Pseudokoinzidenzen und der zufälligen Koinzidenzen auf diese Experimente diskutiert. Die Wirkungsgrade wurden für drei verschiedene Quellentypen bei sieben verschiedenen Quellenabständen zwischen 1.39 cm und 10.39 cm experimentell unter Verwendung des experimentell ermittelten Peak/Total-Verhältnisses bestimmt und mit den von dem Programm ECBETA berechneten Werten verglichen. Die Übereinstimmung zwischen den experimentell ermittelten Werten und den berechneten Werten ist gut. Weiterhin wird der Einfluß einer möglichen Asymmetrie der Quelle zwischen den beiden Detektoren und der Einfluß einer möglichen Exzentrizität der Quelle bezüglich der die beiden Detektoren verbindenden Achse auf die Wirkungsgrade diskutiert (cf. Kapitel 9.2).

Literaturverzeichnis

1	H.L. Verheijke	Nucl. Instr. and Meth. 34 (1965), 132
2	R.L. Heath	IDO-16880-1, TID-4500 (1964)
3	H.L. Verheijke	Nucl. Instr. and Meth. 58 (1968), 347
4	W. Burgmer, W. Gruhle, W. Schmidt	Nucl. Instr. and Meth. 91 (1971), 481
5	T. Nakajima	Nucl. Instr. and Meth. 109 (1973), 125
6	G.A. Brinkman, A.H.W. Aten jr.	Nucl. Instr. and Meth. 14 (1963), 503
	siehe auch	Nucl. Instr. and Meth. 14 (1963), 153
		Nucl. Instr. and Meth. 14 (1963), 433
		Nucl. Instr. and Meth. 16 (1965), 15
		Nucl. Instr. and Meth. 16 (1965), 179
7	H. Bissem	Nucl. Instr. and Meth. 98 (1972), 147
8	M. Walter, O. Huber, W. Züntli	Helv. Phys. Acta 23 (1950), 697
9	M.E. Rose	Phys. Rev. 91 (1953), 610
10	A.M. Feingold, S. Frankel	Phys. Rev. 97 (1955), 1025
11	A.L. Stanford, W.K. Rivers jr.	Rev. sci. Instr. 30 (1959), 719
12	H.E. Gove, A.R. Rutledge	AECL-Report CRP-755 (1958)
13	A.R. Rutledge	AECL-Report CRP-851 (1959)
14	E. Kowalski	Nucl. Instr. and Meth. 33 (1965), 29
15	J. Wing, M. Wahlgren	AEC-Report ANL-6953 (1965)
16	G. Erdtmann, W. Soyka	JÜL-1003-AC (1974)
17	G.W. Grodstein	NBS-Circular 583 (1957)
18	C.M. Lederer, J.M. Hollander, I. Perlman	Table of Isotops, 6th Edition (1967)
19	E. Vatai, D. Varga	Nucl. Phys. A116 (1968), 637
20	B. Chinaglia, R. Malvano	Nucl. Instr. and Meth. 45 (1966), 125
21	H. Leutz, G. Schulz, L. van Gelderen	Nucl. Instr. and Meth. 40 (1966), 257
22	C.D. Zerby, H.S. Moran	Nucl. Instr. and Meth. 14 (1961), 115
23	C. Weitkamp	Nucl. Instr. and Meth. 23 (1963), 13
24	C. Weitkamp	Nucl. Instr. and Meth. 23 (1963), 10
25	W.E. Kreger, R.M. Brown	Nucl. Instr. and Meth. 11 (1961), 290
26	R.K. Gupta, S. Jha	Nucl. Phys. 1 (1956), 2
27	P. Shapiro, R.W. Higgs	Rev. sci. Instr. 28 (1957), 939
28	W.D. Schmidt-Otto	Z. Phys. 154 (1959), 294

[ ]	.S. Asma, J.n. McCrary	Rev. sci. Instr. 32 (1961), 205
[ ]	H. Kahn	ACCU (1954)
[ ]	E.D. Cashwell, C.J. Everett, G.W. Reichard	LA-2120 (1957)
[ ]	F.W. Krüger	Kernenergie 6 (1963), 89
[ ]	F. Rohloff	Kerntechnik 7 (1965), 440
[ ]	L. Katz, A.S. Penfold	Rev. mod. Physics 24 (1952), 28
[ ]	A.T. Nelms	NBS-Circular 577 (1956)

Lebenslauf

Am 10. Oktober 1943 wurde ich, Frank - Erich S c h l e y, als Sohn des Ingenieurs Erich Schley und seiner Ehefrau Erna, in Krewelin/Templin geboren.

In Berlin besuchte ich vom 1. September 1949 bis zum 31. Januar 1951 die 15. Volksschule Reinickendorf, danach bis zum 23. Juni 1951 die 1. Volksschule Tempelhof und anschließend bis zum 31. März 1955 die 18. Grundschule Reinickendorf. Vom 20. April 1955 bis zum Abitur am 16. Februar 1962 war ich Schüler des Internates Schulfarm Insel Scharfenberg.

Am 6. April 1962 wurde ich an der mathematisch-naturwissenschaftlichen Fakultät der Freien Universität Berlin immatrikuliert. Bis zu meinem Vordiplom in Chemie am 18. März 1967 studierte ich parallel die Fächer Chemie, Physik und Mathematik. Die Diplomprüfung in Chemie bestand ich am 15. März 1972; meine Diplomarbeit über den "Einfluß des koinzidenten Spektrums auf die Form von mit NaJ(Tl)-Detektoren gemessenen Gammaspektren" fertigte ich unter der Anleitung von Prof. Dr. W. S c h u l z e am Institut für anorganische Chemie der Freien Universität Berlin an. Seit Mai 1972 fertigte ich an demselben Institut die vorliegende Arbeit an.

Vom März 1970 bis zum März 1972 war ich studentische Hilfskraft und anschließend bis zum März 1974 Teilzeitassistent im radiochemischen Praktikum des Institutes für anorganische Chemie. Seit April 1974 bin ich wissenschaftlicher Assistent an diesem Institut.